UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMIARIDO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

KLEBER ARAUJO DOS SANTOS

APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO PROCESSO DE AQUISIÇÃO E CUSTEIO DAS EMBARCAÇÕES DOS MUNICÍPIOS DE MACAU, GUAMARÉ E GALINHOS (RN).

MOSSORÓ
2013

KLEBER ARAUJO DOS SANTOS

APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO PROCESSO DE AQUISIÇÃO E CUSTEIO DAS EMBARCAÇÕES DOS MUNICÍPIOS DE MACAU, GUAMARÉ E GALINHOS (RN).

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em matemática.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Ronaldo Gomes – UFERSA

MOSSORÓ

2013

Ficha catalográfica preparada pelo setor de classificação e catalogação da Biblioteca “Orlando Teixeira” da UFERSA

S114a Santos, Kleber Araujo do.

Aplicações da Matemática Financeira no Processo de Aquisições e Custeia das Embarcações dos Municipios de Macau, Guamaré e Galinhas. / Kleber Araujo do Santos. -- Mossoró: 2013.

68f.: il.

Dissertação (Mestrado em Matemática Profissional em Rede Nacional) – Área de concentração: Matemática) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Pró-Reitoria de Ensino e Pesquisa.

Orientador: Profº. Dr. Sc. Antônio Ronaldo Gomes

1.Matemática Financeira. 2.Financiamento. 3.Amortização I.Título.

CDD:513.93

Bibliotecária: Marilene Santos de Araújo

CRB-5/1033

KLEBER ARAUJO DOS SANTOS

APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO PROCESSO DE AQUISIÇÃO E CUSTEIO DAS EMBARCAÇÕES DOS MUNICÍPIOS DE MACAU, GUAMARÉ E GALINHOS (RN).

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em matemática.

APROVADO EM : 29 de Março de 2013

BANCA EXAMINADORA

Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia (Presidente e Orientador)

Dr. Walter Martins Rodrigues (Examinador Interno)

Dr. Idalmir de Souza Queiroz Júnior (Examinador Externo Ao Programa– UFERSA/DCAT)

MOSSORÓ/RN, 29 de Março de 2013.

Dedico este trabalho a minha esposa: Renata Corrêa e a meus dois filhos: Mateus Henrique e Kleber Renier, que estiveram comigo, durante o tempo que durou este curso, sempre me dando coragem e mensagens de incentivo e otimismo.

Ao meu professor e orientador Antônio Ronaldo pela valiosa contribuição dada a este trabalho.

AGRADECIMENTOS

A meus pais, Edna Maria e Paulo Eugênio, pelo amor, carinho e dedicação para minha vida pessoal e acadêmica e que me ajudaram a superar todos os obstáculos.

A minha esposa Renata Corrêa e os meus dois filhos Mateus Henrique e Kleber Renier pela paciência e compreensão.

Ao coordenador do Curso (PROFMAT – UFERSA) Antônio Ronaldo Garcia, por todo o incentivo, por não medir esforços para que seus alunos pudessem alcançar o sucesso, pelo apoio e por acreditar em mim.

A meus alunos do IFRN campus Macau por aceitar o convite em participar dos projetos desenvolvidos.

“Purifica o teu coração antes que permitas que o amor entre nele, pois até o amor mais doce azeda num recipiente sujo.”

(Pitágoras).

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo desenvolver uma teoria sobre Matemática Financeira acessível aos alunos do primeiro ano técnico integrado do Ensino Médio, e também daqueles da modalidade subsequente do curso técnico de Recursos Pesqueiros do IFRN, campus Macau-RN, a fim de desenvolver em sala de aula atividades de elaboração de planilhas de amortização com auxílio do Excel. Vale salientar que a falta de conhecimento do público em geral sobre o assunto faz com que os detentores do capital, explorem demasiadamente os consumidores através de empréstimos, amortizações e principalmente mascarando a taxa de Juros. Daí a necessidade desse conteúdo ser abordado no Ensino Médio. A Justificativa desse trabalho está na íntima ligação desses conceitos com o cotidiano dos alunos, a partir das necessidades dos alunos do ensino médio em obter um conhecimento prévio de Matemática Financeira para Análise de investimentos futuros no seu campo de trabalho e até mesmo em sua vida pessoal na educação financeira. Na primeira fase do trabalho foi desenvolvida uma teoria sobre Matemática Financeira, na fase seguinte foi realizada uma pesquisa de campo com os alunos, em que os mesmos iriam fazer um levantamento de informações a respeito da aquisição e custeio de algumas embarcações de alguns pescadores da região. A terceira fase do trabalho foi dedicada à criação de planilhas de amortização de empréstimos junto às instituições financeiras e a última sobre a viabilidade de adquirir essas embarcações. Conclui-se, a partir dos dados obtidos, que os proprietários das embarcações obtêm fácil acesso as linhas de financiamento e custeio junto às instituições financeiras.

Palavras-Chave: Matemática Financeira. Financiamentos. Amortizações.

.

ABSTRACT

This work aims to develop a theory about Financial Mathematics accessible to students on First Level High School Integrated to Technical Training and to students on Subsequent Modality of Fishing Resources Technician Course, both at IFRN, Campus Macau. We wish to carry on classroom activities for developing amortization spreadsheets with Excel. It is noteworthy that the lack of knowledge of the general public on the subject makes the owners of capital explore consumers excessively through loans, amortization, and masking the rate of interest. Hence the need for this content to be approached in High School, which is related to the lack of preparation of teachers on the subject. The justification for this work is the close connection of these concepts with the daily lives of students, High School students' need of obtaining a prior knowledge of Financial Mathematics for analyzing future investments in their work area, and even financial education for their personal lives. In the first phase of work we developed a theory of Financial Mathematics. In the next phase we conducted a field research with students, in which they did a survey regarding the acquisition and defraying the expenses of some vessels from some local fishermen. The third phase of the work was dedicated to creating spreadsheets of loans amortization with financial institutions' cooperation. In the last phase we worked on the feasibility of acquiring such vessels. We concluded from the obtained data that the owners of the vessels had easy access to credit lines and expense defraying from financial institutions.

Keywords: Financial Mathematics. Financing. Amortization.

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

É comum, na nossa prática docente, nos depararmos com o seguinte questionamento feito pelos alunos “pra que serve isso"? “Pra que estudar matemática"? Uma das áreas da Matemática constantemente observadas no cotidiano é a Matemática Financeira, daí a necessidade de aprimorarmos esse conteúdo no ensino médio, pois o país se depara com um endividamento constante das famílias e com a quebra de várias microempresas nos anos iniciais. Essa especificação da Matemática estuda os problemas do cotidiano com o objetivo de analisar e comparar esquemas de pagamentos e amortizações.

Elegeu-se o conteúdo de Matemática Financeira, devido aos depoimentos constantes de alunos e professores, os primeiros falavam a respeito das dificuldades encontradas e entender a aplicação desses conceitos no cotidiano e os outros pela falta de material didático em relação ao tema Matemática Financeira como aplicação da progressão geométrica, pois parte do material disponível analisado e encontrado apresentou um conjunto de fórmulas sem demonstrações e sem nenhuma ligação com a progressão geométrica, tornando assim, o assunto extenso, deslocado de uma aplicabilidade cotidiana e demasiado enfadonho.

Devido à importância do setor pesqueiro na região de Macau e arredores, resolveu-se fazer uma aplicação da Matemática Financeira nessa área atentando para o seguinte dado: “O setor pesqueiro artesanal é de fundamental importância para famílias brasileiras, especialmente na região Norte e Nordeste, onde é quase 12 vezes a captura industrial" (Brasil, 2000).

Para embasar teoricamente este trabalho, a partir do segundo capítulo e evoluindo até o quinto, encontra-se um estudo considerável sobre Matemática Financeira, em especial na capitalização a Juros Compostos. Essa teoria foi aplicada e trabalhada na sala de aula no período que compreende Dezembro de 2012 a Janeiro de 2013 (terceiro bimestre) na disciplina de Matemática oferecida as turmas de Recursos Pesqueiros do primeiro ano do Ensino Médio Integrado e da modalidade Subsequente do IFRN campus Macau, totalizando assim, uma carga horária de 40 horas/aula.

No sexto capítulo, destinado à metodologia, detalha-se a pesquisa de campo realizada com os alunos do Ensino Médio do IFRN Campus Macau. A referida pesquisa foi feita com alguns proprietários de embarcações nas proximidades de Macau e de algumas cidades vizinhas, pesquisa essa destinada ao levantamento dos custos iniciais dessas unidades produtivas.

Devido aos resultados e dados obtidos com a pesquisa acima citada, surgiu a preocupação de como obter os meios necessários para obter esses recursos financeiros para um futuro empreendimento nessa área. A ideia era ir a algumas instituições financeiras e verificar quais eram as linhas de créditos utilizadas para esses produtores, quais as condições de aquisição desse empréstimo e as opções oferecidas de pagamentos, assim como o valor inicial a ser pago.

No sétimo e oitavo capítulo, apresenta-se ao leitor, respectivamente, a elaboração das planilhas na análise desses investimentos e as suas conclusões. A utilização de recursos computacionais (planilha Excel) como ferramenta, também figura no capitulo supracitado. Como já se mencionou nesse documento anteriormente, a atividade desenvolvida nesta pesquisa procurou verificar a viabilidade de alguns investimentos na área de Recursos Pesqueiros.

Nesse trabalho houve a integração de dois recursos metodológicos: a pesquisa e a utilização de planilhas eletrônicas, mais precisamente o Excel. Em relação à utilização de tecnologias em sala de aula, em especial ao uso das planilhas do programa Excel, há na literatura especializada, vários projetos de pesquisa que tratam da aplicação deste programa em sala de aula como uma ferramenta capaz de auxiliar e/ou mediar o processo de construção e de familiarização dos conhecimentos matemáticos.

Desta maneira, para fins didáticos, faz-se necessário iniciar o corpo teórico dessa pesquisa com uma breve definição e exemplificação de Capitalização Composta utilizando Teoremas e corolários.

2. Capitalização Composta

2.1 Introdução

Capitalização composta significa que os juros produzidos num período serão acrescidos ao valor aplicado e no próximo período também produzirão juros. É também chamado de juros sobre juros (KUHNEN, 2000).

Exemplo: Manuel tomou um empréstimo de R$100,00, a juros de taxa 10% ao mês. Após um mês, a dívida de Manuel será acrescida de 0,1x100= 10 Reais de juros, passando a ser 110 Reais. Se Manuel e seu credor concordarem em adiar a liquidação da dívida por mais um mês, mantida mesma taxa de juros, o empréstimo será quitado, dois meses depois de contraído, por R$121,00, pois os juros relativos ao mês serão de 0,1x110= 11 Reais.

Esses juros assim calculados são chamados de juros compostos. Mais precisamente, no regime de juros compostos, os juros em cada período são calculados, sobre a dívida no início desse período. O exemplo anterior mostra o equívoco, que muitos cometem ao pensar que 10% ao mês rendem 20% em dois meses. Nota-se que, juros de 10% ao mês resultarão, em dois meses, juros de 21%.

2.2 Montante

Teorema 2.1: No regime de Juros compostos de taxa i, um valor inicial C_0, transforma-se depois de n períodos de tempo, em um montante $C_n = C_0.(1+i)^n$.

Prova: Para cada k , seja C_k a dívida após k períodos de tempo. Temos $C_{k+1} = C_k + i.C_k = (1+i)C_k$.Daí, C_k *é* uma progressão geométrica de razão 1+i, $C_n = C_0.(1+i)^n$.

Exemplo: Cristina toma um empréstimo de R$150,00 a juros de 12% ao mês. Qual será a dívida de Cristina três meses depois?

$C_3 = 150.(1+0{,}12)^3$

$C_3 \cong 210{,}74$

Exemplo: Qual o capital que, aplicado a 10% ao semestre, capitalizado semestralmente, produz o Montante de R$ 1331,00 após três semestres?

$C_n = C_o.(1+i)^n$

$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$

$C_0 = \frac{1331}{1,1^3}$

C_0= 1000,00

Exemplo: Se investindo R$ 450,00 você retira após três meses, R$600,00. A que taxa de juros rendeu seu investimento?

$C_n = C_o.(1+i)^n$

$(1+i)^3 = \frac{600}{450}$

$1 + i = \sqrt[3]{1,33}$

$i \cong 0,101$

Resposta: 10,1%

Exemplo: Se um capital de R$40.000,00 a 2% ao ano produz um montante de R$58.426,21. Qual é o período de aplicação?

$C_n = C_o.(1+i)^n$

$1,02^n = \frac{58.426,21}{40.000,00}$

$n = \frac{log\ 1,4607}{log\ 1,02}$

$n \cong 19$ *anos*

2.2 Equivalência de Capitais.

O Teorema 2.1 afirma que uma quantia hoje igual a C_0, transformar-se-á, depois de n períodos de tempo, em uma quantia igual a $C_0.(1+i)^{\mathrm{n}}$. Isto é uma quantia, cujo valor atual é C_0, e equivalerá no futuro, depois de n períodos de tempo, a $C_n = C_0.(1+i)^{\mathrm{n}}$. Em suma para obter o valor futuro é necessário multiplicar o valor presente por $(1+i)^n$.

Exemplo: Geraldo tomou um empréstimo de R$300,00, a juros mensais de 15%. Dois meses após, Geraldo pagou R$150,00 e, em um mês após esse pagamento liquidou seu débito. Qual o valor desse ultimo pagamento?

Solução: Em matemática, existem vários métodos para solucionar um dado problema, indicaremos dois. Em contrapartida existem métodos que encontram soluções erradas, mostraremos um.

Primeiro método: Equivalência de Capitais

Os esquemas de pagamento são equivalentes. R$300,00 na data zero, têm o mesmo valor de R$150,00 dois meses depois, mais um pagamento x na data 3.

Esquema de Equivalência de capitais

à vista				a prazo
300			150	x
↑	↑	↑	↑	↑
0	0	1	2	3

Igualando na época zero obtemos:

$$300=\frac{150}{(1+0{,}15)^2}+\frac{x}{(1+0{,}15)^3}$$

$$300=\frac{150}{1{,}3225}+\frac{x}{(1{,}5208)}$$

$$\frac{x}{1{,}5208}=300-113{,}42$$

x=283,75.

Segundo método. Sem utilizar a equivalência de capitais.

Sabemos que o primeiro pagamento será efetuado dois meses apos o empréstimo, mas acontece que o valor sofrerá um reajuste após esse período, passando a valer:

C_2= 300.$(1.15)^2$=396,75. Abatendo parte da divida pagando R$ 150,00, passando a dever 395,75-150,00=246,75

Como pagamento x será efetuado na data 03, esse pagamento será:

$$x = 246{,}75x1{,}15$$

$$x = 283{,}75$$

Terceiro método: método do agiota esperto.

O agiota primeiro faz render o capital emprestado durante três meses, obtendo:

C= 300 .$(1{,}15)^3$=452,62. Esse seria o pagamento feito após três meses, feito o pagamento, o cliente passa a dever 452,62-150=302,623, esse seria o valor do pagamento no terceiro mês. Nesse caso o agiota está cometendo um equívoco, em benefício dele mesmo ,pois à medida que o devedor quita uma prestação ele está amortizando sua dívida e em consequência amortizando o juros incidente sobre o saldo devedor. .

Exemplo: Uma loja oferece duas opções de pagamento:

a) À vista, com 30% de desconto.

b) Em duas prestações mensais iguais, sem desconto, a primeira sendo paga no ato da compra.

Qual a taxa mensal dos juros embutidos nas vendas a prazo?

Consideremos um produto da loja do valor de R$100,00

Esquemas de pagamentos

70 | 50 50

↑ | ↑ ↑

0 | 0 1

Igualando a época zero, obtemos:

$70=50+\frac{50}{1+i}$

$20=\frac{50}{1+i}$

$1+i = 2,5$

$i = 1,5 = 150\%$

Observação: Um leigo poderia pensar que a taxa de juros seria de 30%

Exemplo: Ao chegar a uma loja Marcela se depara com as seguintes alternativas de pagamentos:

a) À vista com 30% de desconto

b) Em duas prestações mensais iguais sem descontos, vencendo a primeira um mês após a compra.

c) Em três prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.

d) Qual a melhor opção para Marcela, se o dinheiro vale para ela 25% ao mês sabendo que determinado produto custa R$90,00?

Esquema de Equivalência de capitais

à vista	em duas vezes	em três vezes
63	45 45	30 30 30
↑	↑ ↑ ↑	↑ ↑ ↑
0	0 1 2	0 1 2

É necessário que saibamos o valor de cada pagamento em uma mesma data para poder comparar a melhor alternativa de pagamento.

Escolhendo a data zero obtemos:

a) $C_0=67$

b) $C_0=\frac{45}{1,25}+\frac{45}{1,25^2}$

$C_0=64,$

$c)\ C_0 = 30 + \frac{30}{1,25} + \frac{30}{1,25^2}$

$C_0 = 73,20$

A melhor opção para Marcela é a segunda, pois possui o menor valor presente.

2.4 Taxa Mínima de Atratividade

Observamos nos exemplos anteriores, que para consumidores, com bom poder aquisitivo, seria melhor comprar a vista do que a prazo, a não ser que possuam alternativas de investimentos em que lhes sejam oferecidas taxas maiores ou iguais a do mercado, a partir dessa taxa, o investidos consegue fazer render seu capital. Essa taxa dá-se o nome de *taxa mínima de atratividade*.

Exemplo: Heloisa recebeu uma oferta de investimento a juros de 12% ao mês. Calculando quanto obteria em um ano, Heloisa considerou o investimento pouco atraente, pois queria obter o mesmo montante em apenas seis meses. Qual a taxa mínima (mensal) de atratividade de Heloisa?

Montante apos seis meses: $C_n = C_o \cdot .\ (1+i_a)^{6}$ sendo i_a a taxa mínima de atratividade.

Montante apos 12 meses $C_{12} = C_o \cdot .\ (1+0{,}12)^{12}$

Igualando os dois montantes obtemos:

$1+i_a = 1{,}12^2$

$i_a = 0{,}2544 = 25{,}44\%$

2.5 Taxa Efetiva

É a taxa que realmente é cobrada no período em que foi fornecida, independe do período de capitalização. Quando queremos ajustar uma taxa ao período de capitalização utilizamos a equivalência de taxas (LIMA, 1998).

2.6 Taxa Equivalente

Dizemos que duas taxas são equivalentes quando um valor é aplicado por um prazo e, calculando o montante com as diversas taxas, obtemos o mesmo resultado (MACHADO, 1988).

Teorema 2.2: Se a taxa de juros relativamente a um determinado período de tempo é igual a *i*, a taxa de juros relativamente à n períodos de tempo e igual a *I* tal que $1+I = (1+i)^{n}$.

Prova: Se calcularmos o montante com as duas taxas no mesmo período, obtemos: C_o (1+I) = C_o (1+i) ^{n}.

Exemplo: Determine as taxas mensais equivalentes a 100% ao ano e 39% ao trimestre.

100% ao ano	39% ao trimestre
1 ano → 12 meses	1 trimestre → 3 meses
n=12	n=3
$(1+I) = (1+i)^n$	$(1+0,39)= (1+i)^3$
$2 = (1+i)^{12}$	$i = \sqrt[3]{1,39} - 1$
$i = \sqrt[12]{2} - 1$	$i \cong 0,1160$
$i \cong 0,0595$	11,60% *ao mês.*
5,95% *ao mês.*	

Exemplo: Determine as taxas anuais equivalentes a 6% ao mês e a 12% ao trimestre

6% ao mês	12% ao trimestre
1 ano ⟶ 12 meses	1 ano → 4 trimestre
I =?	I =?
i= 0,06	i = 0,12
n = 12	n = 4
$1+I=1,06^{12}$	$1+I= 1,12^4$
$I \cong 1,0122$	$I \cong 0,5735$
101,22% *ao ano.*	57,35% *ao ano.*

2.7 Taxas Proporcionais

Um erro muito comum é acreditar que há uma proporcionalidade direta entre as taxas. Taxas como 12% ao mês e 144% ao ano são ditas proporcionais, pois a razão entre elas é igual à razão dos períodos aos quais elas se referem. A proporcionalidade de taxas é realizada como se estivéssemos tratando de Juros simples (IEZZI, 2004).

Um péssimo hábito em Matemática Financeira, e o de anunciar taxas proporcionais como se fossem equivalentes. Uma expressão como 36% ao ano com capitalização mensal, significa que lhe e proporcional. Assim tradução da frase 12% ao ano com capitalização mensal é de 1% ao mês.

Exemplo: Mário investe seu dinheiro a juros de 18% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros, a qual está investido o capital de Mário?

O capital de Mário está investido a uma taxa proporcional de $\frac{18\%}{12}$ = 1,5% ao mês. A taxa anual equivalente é:

$1+I = 1{,}015^{12}$

$I \cong 0{,}195$

Ou seja, 19, 50% ao ano.

Observação: Há uma significante diferença entre a taxa de 18%, chamada taxa nominal (falsa) e a taxa efetiva (verdadeira) de 19,50%.

2.8 Relação entre Taxa Efetiva e Taxa Nominal

Chamaremos de: I→ Taxa efetiva no período desejado, i_n → Taxa nominalno período capitalizado, i → Taxa proporcional a i_n, n → Período de capitalização.

Pelo teorema 1.2 temos: $1+I=(1+i)^n$, e sabemos que $i = \frac{i_n}{n}$, logo $1+I=(1+\frac{i_n}{n})^n$.

Exemplo: Determinar a taxa efetiva semestral correspondente a 24% ao semestre com capitalização mensal.

$I = (1+\frac{0{,}24}{6})^6 - 1$

$I \cong 0{,}265$

I = 26,5% *ao Semestre.*

2.9 Inflação

Um período inflacionário é uma época de preços em elevação. Durante um período inflacionário, certa quantia de dinheiro compra menor quantidade de bens do que comprava antes. A elevação esporádica dos preços de alguns bens na economia, a exemplo do que ocorre com os produtos agrícolas, na safra e entressafra, não é considerada como inflação (MORGADO, 2001).

Exemplo: Em um mês cuja inflação foi de 25%, Paulo Jorge investiu seu capital a juros de 30% ao mês. Qual o percentual de acréscimo de poder aquisitivo de Paulo Jorge?

Quero encontrar a taxa real de juros, supõe-se que no início do referido mês, o capital C de Paulo Jorge pudesse comprar x artigos de preço unitário igual a p. No final no mês o capital passou a ser 1,3c e o preço unitário passou a ser 1,25p. Logo Paulo Jorge poderá comprar $\frac{1,3C}{1,25p}$= 1,04x artigos. O poder de compra de Paulo Jorge aumentou de 4% nesse mês. Logo temos: 30% a taxa aparente de Juros e 4% a taxa real de Juros.

Teorema 2.3: Se i_a é a taxa aparente de juros, i_ra taxa real de juros e I a taxa de inflação, todas referidas ao mesmo período de tempo. Então: 1+i_a=(1+I)(1+i_r)

Prova: Se x reais compravam $\frac{x}{p}$ artigos de preço p, [(1+i_a). x] reais comprarão $\left[\frac{(1+i_a).\mathrm{x}}{(1+I).\mathrm{p}}\right]$artigos de preço [(1+I).p]. Logo a taxa de crescimento da quantidade comprada é:

$$i_r = \left[\frac{(1+i_a).\mathrm{x}}{(1+I).\mathrm{p}} - \frac{x}{p}\right] \div \frac{x}{p} = \frac{1+i_a}{1+I} \text{ - 1.daí} 1+i_r = \frac{1+i_a}{1+I}$$

3. Anuidades ou Séries Uniformes de Pagamentos

3.1 Introdução

Observou-se anteriormente que o capital era pago ou recebido de uma única vez. Esse capítulo aborda a forma de pagamento parcelado, ou seja, a dívida sendo paga através da sucessão de pagamentos (termos). A este conjunto de quantias é chamado séries ou anuidades, ou ainda de renda. Se esses termos forem igualmente espaçados no tempo e iguais, a série diz-se uniforme.

Teorema 3.1: O valor de uma série de n pagamentos iguais a P, um tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo i a taxa de juros igual a:

$$C_0 = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Prova: Utilizando a equivalência de capitais, sabemos que, o valor presente é equivalente ao somatório de cada pagamento no início do período, ou seja:

$$C_0 = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \dots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Observa-se que os termos formados pelas parcelas no início do período formam uma progressão geométrica, cuja razão é $\frac{1}{1+i}$. Através da fórmula da soma da Progressão geométrica obtemos:

$$C_0 = \frac{P}{1+i}.\frac{\left(\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right)}{\frac{1}{1+i} - 1} = \frac{P}{1+i}.\frac{(1+i)^{-n} - 1}{\frac{-i}{1+i}} = \text{P}.\ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Exemplo: Determine, o valor a vista de uma série de 6 prestações de R$ 20.000,00, vencíveis mensalmente sabendo que a taxa é 5% ao mês.

C_0=?

p=20.000,00

i=0,05

$n = 6$

$$C_0 = 20.000.\frac{1-(1+0{,}05)^{-6}}{0{,}05}$$

C_0 = 400.000.(1 – 0,7462)

C_0 = 101.513,84

Corolário: O valor de uma série uniforme postecipada, na época do ultimo pagamento é C_n = P. $\frac{(1+i)^n-1}{i}$.

Prova: Pelo teorema 2.1 temos C_n = C_0.(1+i)^n (equação 1) e pelo teorema 3.1 temos

C_0= P . $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ (equação 2). Substituindo (2) em (1) obtemos C_n== P. $\frac{(1+i)^n-1}{i}$.

Exemplo: Que montante obterá, no momento do ultimo depósito, uma pessoa que depositará periodicamente o valor de R$1000,00 durante 24 meses a uma faixa de 1% ao mês.

C_n=?
P=1.000,00
i=0,01
n = 24

C_n=1000. $\frac{1{,}01^{24}-1}{0{,}01}$

C_n ≅26.973,46

Exemplo: Um bem cujo preço a vista é R$1.200,00 é vendido em 8 prestações mensais iguais, a primeira sendo paga um mês após a compra. Se os juros são de 8% ao mês, determine o valor das prestações.

C_0=1.200
p=?
i=0,08
n = 8

1.200 = p. $\frac{1-1{,}08^{-8}}{0{,}08}$

P ≅ 208,70

Exemplo: Quantas prestações mensais no valor de R$3.104,52 são necessárias para liquidar um débito de R$30.000,00. Sabendo que a taxa de juros é de 3,5% ao

C_0=30.000,00

p=3.104,52

i=0,035

n = ?

30.000 = 3.104,52. $\frac{1- \ 1{,}035^{-n}}{0{,}035}$

$1 - \ 1{,}035^{-n}$ = 0,3382

$1{,}035^{-n}$ = 0,662

-n = $\frac{\log 0{,}662}{\log 1{,}035}$

n ≅ 12

3.2 Anuidades Antecipadas

Uma anuidade é antecipada quando o pagamento, recebimento ou depósito é efetuado no início do período, ou seja, a primeira parcela ocorre na data zero, sendo essa de mesmo valor das demais parcelas.

Teorema 3.2: O valor de uma série de n pagamentos iguais a p, o primeiro sendo efetuados no início do período, é sendo i a taxa de juros iguais a: C_0= P.$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$. (1+i).

Prova: Faremos pela equivalência de capitais. Sabemos que o valor presente é equivalente ao somatório dos pagamentos no início do período, ou seja:

C_0=$P + \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2}$ +...+ $\frac{P}{(1+i)^{n-1}}$. Observe que essas parcelas formam uma progressão geométrica em que a_1=p, q= $\frac{1}{1+i}$ e pela soma dos termos de uma progressão geométrica temos:

$$C_0 = P.\frac{1-(1+i)^{-n}}{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)}$$

$$C_n = \text{P}.\ \frac{(1+i)^n - 1}{i}.\ (1+i).$$

Exemplo: Parte do valor de um veículo é financiado, por uma companhia de crédito, para ser paga em 20 prestações iguais de R$1.500,00 sendo a primeira paga no ato da compra do veículo, Sabendo-se que essa financeira cobra juros de 4% ao mês, calcular o valor financiado.

C_0=?

p=1500

i=4%=0,04

n = 20

$$C_0 = 1500.\frac{1-1{,}04^{-20}}{0{,}04}.1{,}04$$

$$C_0 \cong 21.200{,}00$$

Corolário: O valor de uma série uniforme antecipada na época do ultimo pagamento é:

$$C_n = \text{P}.\ \frac{(1+i)^n - 1}{i}.\ (1+i).$$

Exemplo: Uma pessoa depositou anualmente R$25.000,00 numa conta de poupança, em nome do seu filho, a juros de 6% ao ano. O primeiro depósito foi feito no dia em que seu filho nasceu e o ultimo por ocasião do seu décimo oitavo aniversário. O dinheiro continuou depositado até o dia em que seu filho completou 20 anos, ocasião em que o montante foi sacado. Qual o valor do montante que foi sacado?

Primeiro investimento: Depósitos anuais durante 18 anos

$$C_n = 25.000.\frac{1{,}06^{-18}-1}{0{,}06}.1{,}06$$

$$C_n \cong 818.999{,}80$$

Segundo investimento: Aplicação de R$818.999,80 durante três anos

$$C_n = 818.999{,}80.\ (1{,}06)^{3}$$

$C_n \cong 975.441{,}85$

3.3 Renda Perpétua ou Perpetuidade

A renda perpétua constante é aquela cuja duração é infinita, exemplo aluguel de um bem. Com efeito, quando se aluga um bem, cede-se a posse do mesmo em troca de um aluguel, digamos, mensal. Então o conjunto dos aluguéis constitui uma renda perpétua ou perpetuidade (PAIVA, 1999).

Teorema 3.3: O valor de uma perpetuidade de termos iguais a P. Um tempo antes do primeiro pagamento, é sendo i a taxa de juros, igual a $C_0 = P/i$

Prova: Faremos pela equivalência de capitais. Sabemos que o valor presente é equivalente ao somatório dos pagamentos no início do período, ou seja:

$C_0 = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \ldots$ Observe que essas parcelas formam uma progressão geométrica infinita em que $a_1 = \frac{P}{1+i}$, $q = \frac{1}{1+i}$ e pela soma dos termos de uma progressão geométrica infinita temos:

$$C_0 = \frac{\left(\left(\frac{P}{1+i}\right)\right)}{1 - \frac{1}{1+i}}$$

$$C_0 = \frac{\frac{P}{1+i}}{\frac{i}{1+i}}$$

$$C_0 = \frac{p}{i}$$

3.4 Anuidades Diferidas

Anuidades diferidas são aquelas em que existe um prazo de carência (ou seja, um tempo antes de efetuar o primeiro pagamento.) (ALMEIDA, 2011).

Anuidades diferidas antecipadamente em relação a um valor atual são aquelas em que a primeira parcela vence juntamente com a carência, enquanto anuidades postecipadas são aquelas em que a primeira parcela vence um período após a carência. (SÁ, 2011).

Exemplo: Uma pessoa receberá 12 prestações mensais iguais a R$20.000,00. Com uma carência de 12 meses. Sabendo que a taxa de juros é de 4% ao mês, determine o valor atual, com as prestações vencendo no final do intervalo.

Esquema de Equivalência de capitais

C_0 20.000 20.000 20000

↑__________________ __________↑______↑________↑______

0 0 1 2 3 ... 12 13 14

Igualando os valores na época 12 obtemos:

C_0 (1+i)^{12} = p. $\frac{1-(1+i)^{-12}}{i}$

$C_0 = \frac{20.000.\frac{1-1,04^{-12}}{0,04}}{1,04^{12}}$

$C_0 \cong$ 117.273,79

3.5 Anuidades Diversas

Conforme Dante (2004),anuidades diversas são aquelas em que o período de taxa é diferente do intervalo das prestações. Neste caso, basta inicialmente determinar a taxa para intervalo das prestações, o que podemos fazer através da proporcionalidade ou equivalência de taxas.

3.6 Anuidades Variáveis

São anuidades cujas parcelas não são iguais entre si e poderão ser periódicas ou não. (PAIVA, 1999).

Exemplo: Um terreno foi pago em quatro pagamentos da seguinte forma:

Entrada de R$1.000,00

Primeiro mês de R$500,00

Segundo mês de R$850,00

Sexto mês de R$900,00

Calcular o valor à vista do terreno sabendo que a taxa do mercado imobiliário é de 6,5% ao mês. Basta encontrar o valor atual de cada pagamento.

1. C_0 = 1.000,00
2. C_0 = $\frac{500}{1,065}$ = 469,484
3. C_0 = $\frac{850}{1,065^3}$ = 703,67
4. C_0 = $\frac{900}{1,065^6}$ = 616,80

Somando todos os valores, obtemos o valor à vista igual a: 2.789,95.

3.7 Série Uniforme mais Pagamento Complementar

É uma série em que no início das prestações, ou no final da série é feito um pagamento complementar, que funciona nesse caso como *Leasing*.

Exemplo: Um televisor vendido em seis prestações de R$250,00, sem entrada, a serem pagos a cada dois meses. Sendo a taxa de juros de 5% ao mês. Determinar o preço a vista.

Inicialmente, é necessário encontrar uma taxa mensal equivalente à taxa de 5% ao mês. Através do teorema 3.7 temos: I = $(1+i)^2$ - 1 = $1,05^2$ - 1 = 0,1025. Logo a nossa taxa bimestral é de 10,25%

$C_0 = 250.\ \frac{1-1,1025^{-6}}{0,1025}$

$C_0 \cong$ 1080,00

3.8 Anuidades mais Parcelas Intermediárias

São parcelas em que, intervalos iguais possuem parcelas com valores diferentes.

Exemplo: Uma mercadoria é vendida em 10 prestações mensais, sendo que as prestações ímpares são R$500,00 e cindo prestações bimestrais de R$300,00, pois cada parcela par se divide em duas, sendo uma delas no valor de R$500,00 e outra de 300,00.

1. C_0 = 500. $\frac{1-1,05^{-10}}{0,05}$

$C_0 \cong$ 3.608,86

2. i=5% ao mês equivale a 10,25% ao bimestre.
C_0 = 300. $\frac{1-1{,}1025^{-5}}{1{,}1025}$
C_0 = 1.130,01

Somando os dois valores obtidos, em cada caso, temos o valor do preço à vista de: R$ 4.990,87.

Exemplo: Uma mercadoria foi vendida em 5 prestações mensais iguais, de R$2.350,00, com a primeira no ato da compra, e mais um pagamento complementar de R$8.000,00, um mês após o pagamento da última prestação. Utilizando uma taxa de 23,5% ao mês. Qual o valor dessa mercadoria a vista?

Valor atual da série (Antecipada)

1. C_0 = 2.350,00. $\frac{1-1{,}235^{-5}}{0{,}235}.1{,}235$

$C_0 \cong$ 8.051,35

Valor atual do complemento

1. C_0 = = $\frac{8000}{1{,}235^5} =$ 2.784,51

Valor atual total: 8.051,35+2.784,51 = 10.835,90

3.9 Série Gradiente

Denomina-se série em gradiente as anuidades variáveis, que variam na forma da progressão aritmética, de razão r (gradiente), sendo p o primeiro pagamento e i a taxa de Juros.

Teorema 3.9: O valor de uma série Gradiente de n pagamentos, um tempo antes do primeiro pagamento, e, sendo i a taxa de juros, igual a

$$C_0 = \left(p + \frac{r}{i}\right).\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) - \frac{n.r.(1+i)^{-n}}{i}$$

Esquema de Equivalência de capitais

C_0 20.000 20.000 20000

↑__________________ __________↑______↑________↑______

0 0 1 2 3 ... 12 13 14...

Igualando na data zero obtemos:

$C_0 = \frac{p}{1+i} + \frac{p+r}{(1+i)^2} + \frac{p+(n-1).r}{(1+i)^n}$

Fazendo C_0-[C_0 ÷ (1+i)] temos:

$C_0 = \frac{p}{1+i} + \frac{p+r}{(1+i)^2} - \frac{p}{(1+i)^2} + \dots \frac{p+(n-1).r}{(1+i)^n} - \frac{p+(n-2).r}{(1+i)^n} - \frac{p+(n-1).r}{(1+i)^{n+1}}$

$C_0 = \frac{p}{1+i} + \frac{r}{(1+i)^2} + \dots \frac{r}{(1+i)^n} - \frac{p+n.r-r}{(1+i)^n}$

$C_0 = \left(1 - \frac{1}{1+i}\right) = \frac{P}{1+i} + \text{r.} \frac{1}{1+i} \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i} - \frac{P+n.r-r}{(1+i)^{n-1}}$

$C_0 = \frac{p}{i} - \frac{p}{(1+i)^n.i} + \frac{r}{i^2}(1\text{-}(1\text{+i})^{-n+1}) + \frac{r}{i(1+i)^n}$

$C_0 = \frac{p}{i}$ (1- $|1+i|^n$) + $\frac{r}{i^2}$ (1-(1+i) – n) – $\frac{n.r.(1+i)^{-n}}{i}$

$C_0 = \left(\text{p} + \frac{r}{i}\right)\left(\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right) - \frac{n.r.(1+i)^{-n}}{i}$

Exemplo: Uma mercadoria foi adquirida em quatro prestações mensais sem entrada, sendo a primeira no valor de R$3.000,00. A segunda de R$6.000,00, a terceira de R$ 9.000,00 e a quarta de R$ 12.000,00, sabendo que a taxa de juros é de 15% ao mês, qual é o valor desta mercadoria à vista?

r=3.000,00

$C_0 = \left(3.000 + \frac{3.000}{0,15}\right)\left(\frac{1-1,15^{-4}}{0,15}\right) - \frac{4\text{x}3.000\text{x}1,15^{-4}}{0,15}$

C_0 = 19.924,25

4. Depreciação

4.1 Introdução

Os bens adquiridos por uma pessoa física ou jurídica, estão sujeitos a constantes desvalorizações, devido, principalmente, ao desgaste, ao envelhecimento e ao avanço tecnológico.

A depreciação constitui, portanto, a diferença entre o preço de compra de um bem e seu valor de troca (valor residual) depois de certo tempo de uso.

4.2 Plano de Depreciação

Plano de Depreciação é a representação gráfica da depreciação de um bem.

4.3 Métodos de Depreciação Linear

É o método mais simples e mais utilizado. Consiste apenas em dividir o total a depreciar pelo número de anos de vida útil de um bem.

Exemplo: Calcular o valor de depreciação de uma máquina de R$ 400.000,00. Sabendo que a vida útil é de 5 anos, e o valor residual de R$ 50.000,00.

Valor da depreciação → DL =?

Valor da compra do bem → C_0 = 400.000,00

Valor Residual → R=50.000,00

Vida útil → n= 5 anos

Logo DL= $\frac{C_0 - R}{n}$

DL = $\frac{400.000,00 - 50.000,00}{5}$, DL = 70.000,000 anuais

4.4 Método de Depreciação Exponencial

Consiste em fazer o cálculo da depreciação do bem de acordo com uma taxa de depreciação anual.

Exemplo: Elaborar a planilha de depreciação de uma máquina de R$ 400.000,00. Sabendo que a vida útil é de 5 anos, e o valor residual de R$ 50.000,00.

Aplicando o Teorema 2.1 obtemos:

$(1+i)^{5} = \frac{50.000}{400.00}$

$(1+i)^{5} = 0,125$

$1 - i = \sqrt[5]{0,125}$

$i \cong 0,3402$

Tabela 1: Planilha de depreciação

N	Depreciação	Depreciação ac.	Taxa fixa	Residual
0				400.00,00
1	136.098,42	136.098,42	34,02	263.901,58
2	89.741,47	225.889,89	34,02	174.110,11
3	59.240,47	285.130,17	34,02	114.869,83
4	39.084,00	324.214,17	34,02	75.785,83
5	25.785,83	350.000,00	34,02	50.000,00

Fonte: (KUHNEN, 2000).

5. Amortização e Empréstimos

5.1 Introdução

Quando se paga parcelarmente um débito, cada pagamento têm uma dupla finalidade, uma parte quitam os juros e a outra parte amortiza (abate) a dívida.

5.2 Sistema de Amortização

Neste tópico, apresentam-se os sistemas de amortização mais utilizados no Brasil, ou seja, o Sistema Francês (Tabela Price) e o sistema de Amortização Constante (SAC). O primeiro é largamente utilizados em todos os setores financeiros e de capitais, enquanto o último é o mais utilizados pelo sistema financeiro de habitação, principalmente nas operações de financiamento para casa própria.

5.3 Sistema de Amortização Constante (SAC)

Consiste no plano de amortização de um débito em prestações periódicas sucessivas e decrescentes, em progressão aritmética. A parcela de amortização é obtida dividindo-se o valor do empréstimo pelo numero de prestações, enquanto o valor da parcela de juros é determinado pela multiplicação de saldo devedor imediatamente anterior pela taxa de juros. No SAC as parcelas de amortização são constantes e as prestações decrescentes (MACHADO, 1998).

Teorema 5.1: No SAC sendo n o número de pagamentos e i a taxa de juros,

1. $A_k = \frac{D_0}{n}$ 2. $D_k = \frac{n-k}{n}$ 3. $J_k = i.D_{k-1}$ 4. $P_k = A_k + J_k$

Prova: 3 e 4 resultam da própria definição.

1. Se a dívida D_0 é amortizada em n parcelas iguais, cada parcela vale $A_k = \frac{D_0}{n}$
2. O estado da dívida após k amortizações é

$D_k = D_0 - k.\frac{D_0}{n}$, $D_k = \frac{n-k.}{n} D_0$

Exemplo: Uma dívida de R$100,00 é paga em 5 prestações mensais com uma taxa de juros de 15% encontre: a parcela de amortização, a parcela de juros, a prestação e o estado da dívida na época K.

Como as amortizações são iguais, cada amortização será $\frac{1}{5}$ da dividida. Logo $A_k = \frac{100}{5} = 20$

D_1 = 100 – 20 = 80 J_1= 0,15.100=15

D_2 = 80 – 20 = 60 J_2= 0,15.80=12

D_3 = 60 – 20 = 40 J_3= 0,15.60=9

D_4 = 40 – 20 = 20 J_4= 0,15.40=6

D_5 = 20 – 20 = 0 J_5= 0,15.20=3

$P_k = A_k + J_k$

Tabela 2: Planilha de Amortização (SAC)

N	P_k	A_k	J_k	D_k
0				100
1	35	20	15	80
2	32	20	12	60
3	29	20	9	40
4	26	20	6	20
5	23	20	3	0

Fonte: (LIMA, 1998).

Observação: Se $A_k<J_k$ teremos P_k aumentando, basta fazer o exemplo anterior com uma taxa de juros de 25% ao mês, observe a planilha abaixo:

Tabela 3: Planilha de Amortização (SAC)

N	P_k	A_k	J_k	D_k
0				100
1	45	20	25	105
2	46,25	20	26,25	111,25
3	47,80	20	27,80	119,05
4	49,76	20	29,76	128,81
5	53,20	20	32,20	131,01

Fonte: O autor.

Observe que o saldo devedor só aumenta ao longo do período, fazendo com que no final do financiamento a dívida final seja maior que a dívida inicial, fato esse observado nos antigos financiamentos da casa própria ofertados pela Caixa Econômica Federal.

5. 2 Sistema Francês de Amortização (Tabela Price)

O sistema francês de amortização é mais conhecido no Brasil como "sistema da Tabela Price" ou simplesmente, "Tabela Price". A denominação "Tabela Price" se deve ao nome do matemático e filósofo inglês Richard Price, que viveu no século XVIII e que incorporou a teoria dos juros compostos às amortizações de empréstimos (ou financiamento). A denominação "sistema francês", deve-se ao fato do mesmo, ter-se efetivamente desenvolvido na França, no século XIX. Este sistema consiste na devolução do principal mais os juros em prestações de valor igual de mesmo intervalo entre parcelas. A taxa de juros sempre deverá corresponder ao período de amortização.

A parcela de amortização consiste na diferença entre a prestação e o valor da parcela de juros.

Teorema 5.2: No sistema Francês de Amortização, sendo i a taxa de juros e n o numero de pagamentos, temos:

1. $P_0 = D_0 . \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$
2. $D_k = D_0 . \frac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{1-(1+k)^{-n}}$

3. J_k= i. D_{k-1}

4. A_k = P_k - J_1

Prova: 1 É uma formula decorrente do teorema 5.2
3 e 4 decorrem da própria definição.

2- Observamos que D_0 é liquidado por 4 pagamentos. D_1 é liquidado por três pagamentos sucessivos e postecipados, e assim sucessivamente iguais a P_k. Logo P_k será liquidado por n-k pagamentos. Portanto temos pelo teorema 5.1: D_k = P_k. $\frac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{i}$, substituindo 1 na equação obtemos D_k = D_0. $\frac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{1-(1+i)^{-n}}$

Exemplo: Uma dívida de R$150,00 é paga pelo sistema francês, em 4 meses, com juros de 8% ao mês. Faça a planilha de amortização.
Por definição as prestações possuem o mesmo valor, logo cada prestação será
P= $\frac{C_0.\mathrm{i}}{1-(1+i)^{-n}}$, pelo teorema 5.2.

P= $\frac{150x0{,}08}{1-1{,}08^{-4}} \cong 45{,}29$

Tabela 4: Planilha de Amortização (*Price*)

N	P_k	A_k	J_k	D_k
0				150,00
1	45,29	33,29	12,00	116,71
2	45,29	35,95	9,34	80,76
3	45,29	38,83	6,46	41,93
4	45,29	41,93	3,36	

Fonte: (LIMA, 1998).

6. METODOLOGIA

6.1 Tipos de pesquisa

Para coletar os dados foi elaborado e desenvolvido um questionário orientado, que abordava os seguintes aspectos: 1) Dimensões da embarcação; 2) Custo inicial e Custo anual da Unidade Produtiva e 3) Receita média mensal. Ver anexo A.

6.2 Local

O questionário teve sua aplicação realizada junto aos proprietários de embarcações de pequeno e médio porte de pesca e de transporte de passageiros nos arredores da cidade de Macau e suas cidades circunvizinhas Guamaré e Galinhos, ambas pertencentes ao estado do Rio Grande do Norte.

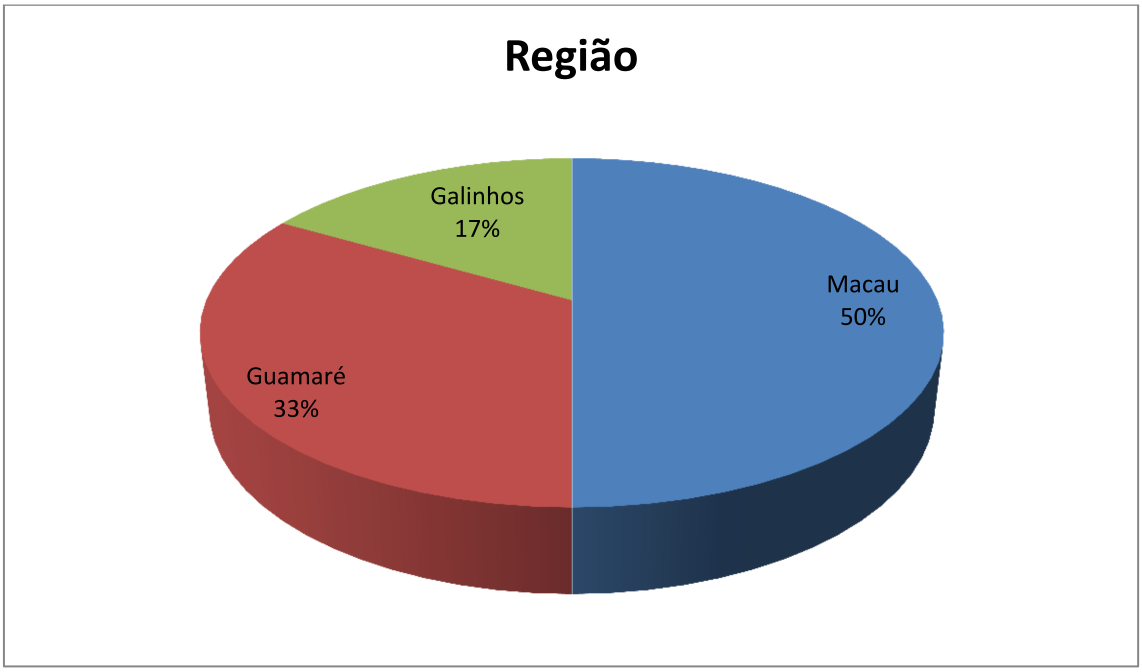
6.3 Participantes

Participaram da pesquisa doze alunos da turma do primeiro ano da modalidade subsequente do curso de Recursos Pesqueiros do IFRN campus Macau e doze alunos do primeiro ano da Modalidade Integrado do curso de Recursos Pesqueiros do IFRN campus Macau. A maioria dos alunos participantes residia na cidade de Macau ou nas duas cidades já citadas acima. Por se tratarem de cidades litorâneas de pequeno porte, os alunos envolvidos acabam por desenvolver, ao longo de sua trajetória pessoal, contato direto ou indireto com a atividade de Recursos Pesqueiros.

6.4 Delineamento da pesquisa

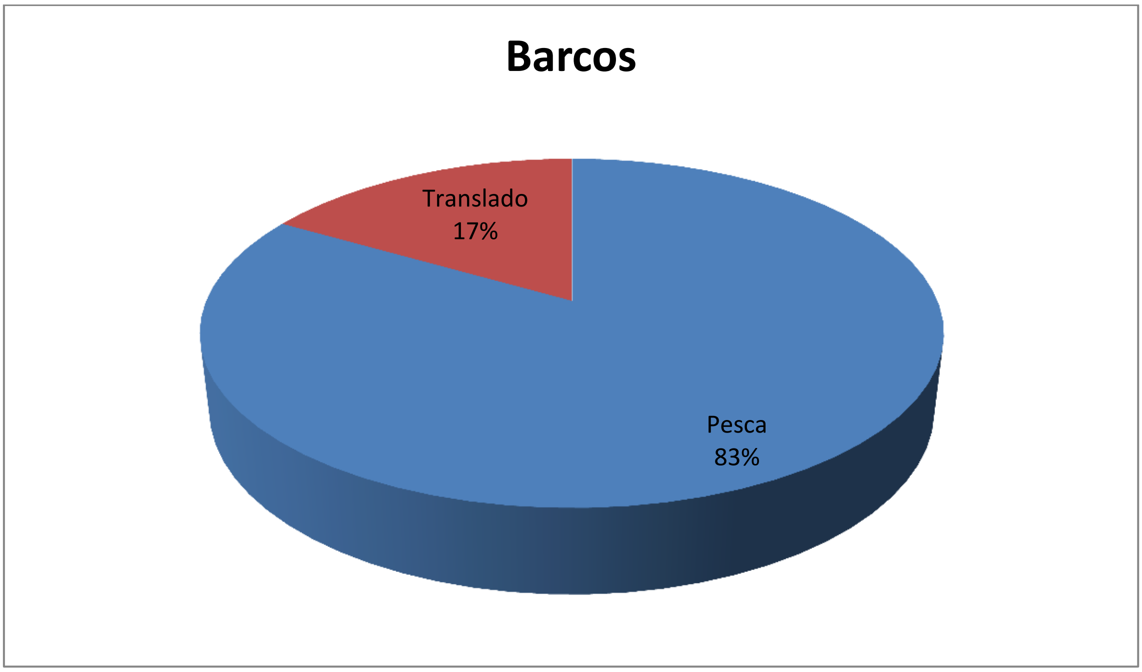
Antes da aplicação das atividades serem realizadas, foram ressaltadas observações e questionamentos junto ao alunado participante da pesquisa sobre alguns aspectos considerados importantes e relevantes: qual era o contato direto do aluno com alguma embarcação em sua região? E se caso contrário conhecesse alguém que estivesse trabalhando nessa área, qual era o interesse desse aluno nessas unidades produtivas? A partir das respostas obtidas os alunos foram divididos de acordo com a região onde moravam e o interesse demonstrado em uma determinada embarcação ,observamos dessa forma a importância dessa unidade produtiva para região e para o cotidiano de cada aluno.Ver gráficos abaixo :

Gráfico1 – Percentual de alunos por região.



Fonte: O autor

Gráfico2 -. Percentual de alunos por tipo de embarcação



Fonte: O autor

As entrevistas iniciais identificaram diferentes embarcações, como o bote ***(figura 01)***, o batelão e a canoa.

Figura 1: Bote a motor utilizado para pesca de sardinha, voador e outras espécies de peixes

Fonte:O autor.

Foram essas informações coletadas pelos alunos que incentivaram a busca por metodologias que pudessem ser aplicadas em sala de aula no trabalho com a Matemática Financeira.

A fundamentação teórica e conceitual referente ao estudo sobre Matemática Financeira contida nesse trabalho veio com o auxílio e suporte encontrados na disciplina Matemática Discreta (MA 12, Unidade 11), integrante curricular do curso de pós-graduação do PROFMAT. Com ajuda da teoria desenvolvida na Disciplina Recursos Computacionais (MA 36 Capítulo 2) referente às planilhas eletrônicas e a utilização do programa EXCEL, foi possível criar um suporte e fomentar, junto ao alunado envolvido nessa pesquisa, a importância e a necessidade do domínio e da utilização da informática como ferramenta na construção do processo de aprendizagem dos vários conteúdos matemáticos, principalmente em Matemática Financeira na elaboração de Planilhas de Amortização.

Ressalta-se que os alunos da modalidade Subsequente já concluíram o ensino médio, ou seja, tiveram contatos prévios com os seguintes tópicos: Funções Exponenciais e Logarítmicas, Progressões Aritméticas e Geométricas. Tópicos esses que margearam a pesquisa e serviam como pré-requisito do conteúdo a ser utilizado. Outros alunos, no momento da pesquisa, cursavam ou já tinham cursado a disciplina de informática básica de sua grade curricular, fato esse, que contribuiu satisfatoriamente na elaboração das planilhas eletrônicas, pois os mesmos não apresentaram muitas dificuldades, exceto na hora do preenchimento das células, devido à colocação errada da posição dos parênteses na construção das fórmulas, por exemplo: muitos deles digitavam na célula correspondente a equação C3*C4/5^2+3 ao invés de C3*C4/(5^2+3) ,dessa forma apenas 5^2 está dividindo C4.

7. Unidades Produtivas (Custeio e planilha eletrônica).

Nos capítulos seguintes serão apresentados os resultados descritivos da primeira pesquisa assim como as planilhas de amortizações de cada valor financiado.

7.1 Introdução

Após o levantamento a respeito do custeio de cada embarcação, foi realizada uma pesquisa com as principais linhas de crédito para o produtor Rural, dependendo do Faturamento Mensal de cada microempresa. As linhas de crédito que foram utilizadas para o financiamento foram: PRONAF(Programa Nacional de Fortalecimento da Agricultura Familiar) , PROGER (Agricultura familiar com valor a ser financiado até R$2.000 e R$3.500,00 respectivamente com taxa de juros de 5% ao ano e 7,5 % ao ano), Microcrédito Empreendedor (Valor financiado de até R$ 15.000,00 e renda bruta mensal de R$ 5.000,00 com taxa de 0,86% ao mês), Crédito Rural para Custeio (Valor financiado sem limites com renda bruta de R$120.000,00 anuais e taxa de 1% ao mês), todas com incidência de IOF(Imposto sobre operações financeiras) ,1,80992% que será acrescido no valor do financiamento no inicio da amortização e TAC(Taxa de abertura de crédito), 2% sobre o valor do empréstimo, que será pago à vista.

Os Bancos nos quais foram realizadas as pesquisa foram: Banco do Brasil (BB) e Banco do Nordeste (BNB), uma vez que as duas instituições trabalham com linhas de crédito que contemplam financiamento para o produtor rural. O Sistema de Amortização adotado por essas duas instituições, para a concessão de financiamento rural é o Price.

Foram elaboradas planilhas similares às construídas e apresentadas pelo banco, pois com a elaboração das mesmas pode-se entender melhor o sistema de amortização assim como o processo de financiamento, tornando dessa maneira, didático e dinâmico o processo de ensino-aprendizagem para o alunado e consequentemente, facilitando a aplicação prática da Matemática Financeira.

Tomou-se como exemplo a aplicação do IOF e da TAC, o aluno olhando a planilha do banco verifica que o valor inicialmente financiado não é o mesmo quando ela saca no caixa, pois automaticamente são descontados 2% referentes ao TAC, e o valor contratado não é o mesmo que o valor financiado, uma vez que, será acrescido inicialmente do IOF , como verificaremos nas planilhas elaboradas em conjunto com os alunos. Vale salientar que esse processo de elaboração de planilhas "iguais" de alguns processos jurídicos contra ou a favor da Fazenda Pública do Estado de Pernambuco foram de extrema importância na verificação e no entendimento das laudas analisadas pelos profissionais do setor de Cálculo da Procuradoria Geral de Pernambuco.

7.2 Embarcações de Pesca

Grupo 01: Embarcação de pequeno/ médio porte para pesca (sem motor).

Figura 2: Estrutura de um bote 8,5m,.Utilizado para pesca de sardinhas.

Fonte: Grupo 01

Instituição para financiamento: Banco do Brasil

Linha de Crédito: Microcrédito Empreendedor, 1% ao mês.

Valor contratado	IOF(1,80992%)	Valor financiado
R$ 25.000,00	R$ 452,48	R$ 25.452,48

Tabela 5: Planilha eletrônica de Amortização (Price),Grupo 1

Parcela	Prestação (60prestações)	Juros (1%aomês)	Amortização	Saldo devedor
1	0	0	0	R$ 25.452,48
2	263,05	263,05	0	R$ 25.452,48
3	254,52	254,52	0	R$ 25.452,48
4	587,99	254,52	333,47	R$ 25.119,01
5	587,99	251,19	336,80	R$ 24.782,21

6	587,99	247,82	340,17	R$ 24.442,04
7	587,99	244,42	343,57	R$ 24.098,47
8	587,99	240,98	347,01	R$ 23.751,46
9	587,99	237,51	350,48	R$ 23.400,98
10	587,99	234,01	353,98	R$ 23.047,00
11	587,99	230,47	357,52	R$ 22.689,48
12	587,99	226,89	361,10	R$ 22.328,38
13	587,99	223,28	364,71	R$ 21.963,68
14	587,99	219,64	368,36	R$ 21.595,32
15	587,99	215,95	372,04	R$ 21.223,28
16	587,99	212,23	375,76	R$ 20.847,52
17	587,99	208,48	379,52	R$ 20.468,01
18	587,99	204,68	383,31	R$ 20.084,69
19	587,99	200,85	387,15	R$ 19.697,55
20	587,99	196,98	391,02	R$ 19.306,53
21	587,99	193,07	394,93	R$ 18.911,61
22	587,99	189,12	398,88	R$ 18.512,73
23	587,99	185,13	402,86	R$ 18.109,86
24	587,99	181,10	406,89	R$ 17.702,97
25	587,99	177,03	410,96	R$ 17.292,01
26	587,99	172,92	415,07	R$ 16.876,94
27	587,99	168,77	419,22	R$ 16.457,71
28	587,99	164,58	423,41	R$ 16.034,30
29	587,99	160,34	427,65	R$ 15.606,65
30	587,99	156,07	431,93	R$ 15.174,73
31	587,99	151,75	436,24	R$ 14.738,48
32	587,99	147,38	440,61	R$ 14.297,87
33	587,99	142,98	445,01	R$ 13.852,86
34	587,99	138,53	449,46	R$ 13.403,40
35	587,99	134,03	453,96	R$ 12.949,44
36	587,99	129,49	458,50	R$ 12.490,94
37	587,99	124,91	463,08	R$ 12.027,86
38	587,99	120,28	467,71	R$ 11.560,15
39	587,99	115,60	472,39	R$ 11.087,75
40	587,99	110,88	477,11	R$ 10.610,64
41	587,99	106,11	481,89	R$ 10.128,75
42	587,99	101,29	486,70	R$ 9.642,05
43	587,99	96,42	491,57	R$ 9.150,48
44	587,99	91,50	496,49	R$ 8.653,99
45	587,99	86,54	501,45	R$ 8.152,54
46	587,99	81,53	506,47	R$ 7.646,07
47	587,99	76,46	511,53	R$ 7.134,54
48	587,99	71,35	516,65	R$ 6.617,90
49	587,99	66,18	521,81	R$ 6.096,08
50	587,99	60,96	527,03	R$ 5.569,05

51	587,99	55,69	532,30	R$ 5.036,75
52	587,99	50,37	537,62	R$ 4.499,13
53	587,99	44,99	543,00	R$ 3.956,12
54	587,99	39,56	548,43	R$ 3.407,69
55	587,99	34,08	553,92	R$ 2.853,78
56	587,99	28,54	559,45	R$ 2.294,32
57	587,99	22,94	565,05	R$ 1.729,28
58	587,99	17,29	570,70	R$ 1.158,58
59	587,99	11,59	576,41	R$ 582,17
60	587,99	5,82	582,17	R$ 0,00

Fonte: O autor.

Grupo 02

Proprietário: Francisco Ivo

Barco de Médio porte (com motor)

Comprimento(m)	Largura(m)	Altura(m)	Armazenamento(Kg)	passageiros	Preço	
14	3,5	1,5	2300	6	58.500,00	

Instituição para financiamento: Banco do Brasil

Linha de Crédito : Microcrédito Empreendedor,1% ao mês

Valor contratado	IOF(1,80992%)	Valor financiado
R$ 58.500,00	R$ 1.058,80	R$ 59.558,80

Parcela	Prestação	Juros	amortização	Saldo devedor
1	0	0	0	R$ 59.558,80
2	R$ 795,11	R$ 795,11	R$ 0,00	R$ 59.558,80
3	R$ 595,59	R$ 595,59	R$ 0,00	R$ 59.558,80
4	1375,90	R$ 595,59	R$ 780,31	R$ 58.778,49
5	1375,90	R$ 587,78	R$ 788,12	R$ 57.990,37
6	1375,90	R$ 579,90	R$ 796,00	R$ 57.194,38
7	1375,90	R$ 571,94	R$ 803,96	R$ 56.390,42
8	1375,90	R$ 563,90	R$ 812,00	R$ 55.578,42
9	1375,90	R$ 555,78	R$ 820,12	R$ 54.758,30
10	1375,90	R$ 547,58	R$ 828,32	R$ 53.929,99
11	1375,90	R$ 539,30	R$ 836,60	R$ 53.093,39
12	1375,90	R$ 530,93	R$ 844,97	R$ 52.248,42
13	1375,90	R$ 522,48	R$ 853,42	R$ 51.395,00

14	1375,90	R$ 513,95	R$ 861,95	R$ 50.533,05
15	1375,90	R$ 505,33	R$ 870,57	R$ 49.662,48
16	1375,90	R$ 496,62	R$ 879,28	R$ 48.783,20
17	1375,90	R$ 487,83	R$ 888,07	R$ 47.895,13
18	1375,90	R$ 478,95	R$ 896,95	R$ 46.998,18
19	1375,90	R$ 469,98	R$ 905,92	R$ 46.092,26
20	1375,90	R$ 460,92	R$ 914,98	R$ 45.177,29
21	1375,90	R$ 451,77	R$ 924,13	R$ 44.253,16
22	1375,90	R$ 442,53	R$ 933,37	R$ 43.319,79
23	1375,90	R$ 433,20	R$ 942,70	R$ 42.377,08
24	1375,90	R$ 423,77	R$ 952,13	R$ 41.424,95
25	1375,90	R$ 414,25	R$ 961,65	R$ 40.463,30
26	1375,90	R$ 404,63	R$ 971,27	R$ 39.492,03
27	1375,90	R$ 394,92	R$ 980,98	R$ 38.511,05
28	1375,90	R$ 385,11	R$ 990,79	R$ 37.520,26
29	1375,90	R$ 375,20	R$ 1.000,70	R$ 36.519,56
30	1375,90	R$ 365,20	R$ 1.010,71	R$ 35.508,86
31	1375,90	R$ 355,09	R$ 1.020,81	R$ 34.488,04
32	1375,90	R$ 344,88	R$ 1.031,02	R$ 33.457,02
33	1375,90	R$ 334,57	R$ 1.041,33	R$ 32.415,69
34	1375,90	R$ 324,16	R$ 1.051,74	R$ 31.363,95
35	1375,90	R$ 313,64	R$ 1.062,26	R$ 30.301,69
36	1375,90	R$ 303,02	R$ 1.072,88	R$ 29.228,80
37	1375,90	R$ 292,29	R$ 1.083,61	R$ 28.145,19
38	1375,90	R$ 281,45	R$ 1.094,45	R$ 27.050,74
39	1375,90	R$ 270,51	R$ 1.105,39	R$ 25.945,35
40	1375,90	R$ 259,45	R$ 1.116,45	R$ 24.828,90
41	1375,90	R$ 248,29	R$ 1.127,61	R$ 23.701,29
42	1375,90	R$ 237,01	R$ 1.138,89	R$ 22.562,40
43	1375,90	R$ 225,62	R$ 1.150,28	R$ 21.412,12
44	1375,90	R$ 214,12	R$ 1.161,78	R$ 20.250,34
45	1375,90	R$ 202,50	R$ 1.173,40	R$ 19.076,94
46	1375,90	R$ 190,77	R$ 1.185,13	R$ 17.891,81
47	1375,90	R$ 178,92	R$ 1.196,98	R$ 16.694,83
48	1375,90	R$ 166,95	R$ 1.208,95	R$ 15.485,87
49	1375,90	R$ 154,86	R$ 1.221,04	R$ 14.264,83
50	1375,90	R$ 142,65	R$ 1.233,25	R$ 13.031,58
51	1375,90	R$ 130,32	R$ 1.245,59	R$ 11.785,99
52	1375,90	R$ 117,86	R$ 1.258,04	R$ 10.527,95
53	1375,90	R$ 105,28	R$ 1.270,62	R$ 9.257,33
54	1375,90	R$ 92,57	R$ 1.283,33	R$ 7.974,00
55	1375,90	R$ 79,74	R$ 1.296,16	R$ 6.677,84
56	1375,90	R$ 66,78	R$ 1.309,12	R$ 5.368,72
57	1375,90	R$ 53,69	R$ 1.322,21	R$ 4.046,51
58	1375,90	R$ 40,47	R$ 1.335,44	R$ 2.711,07

59	1375,90	R$ 27,11	R$ 1.348,79	R$ 1.362,28
60	1375,90	R$ 13,62	R$ 1.362,28	R$ 0,00

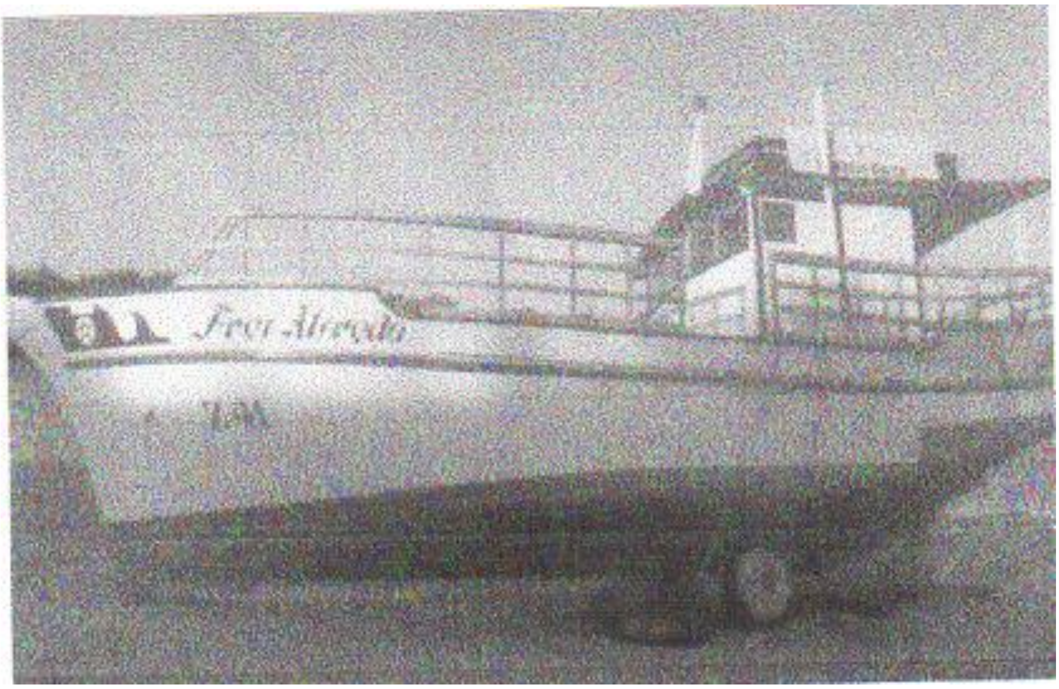
Fonte: O autor.

Grupo 03

Embarcação de Médio porte

Projeto Nosso Barco em Diogo Lopes

Figura 3: Embarcação Frei Alfredo utilizado pelo projeto nosso barco



Fonte: Grupo 03

comprimento	largura	altura	Mão-de-obra	revestimento	cabine	motor	Total
12 m	4,5 m	1,5 m	R$20.000,00	R$75.000,00	R$ 1.000,00	R$ 55.000,00	R$ 151.000,00

Instituição para financiamento: Banco do Brasil

Linha de Crédito: Microcrédito Empreendedor 1% ao mês

Valor contratado	IOF(1,80992%)	Valor financiado
R$ 151.000,00	R$ 2.732,98	R$ 153.732,98

Tabela 7: Planilha eletrônica de Amortização (Price),Grupo 3

Parcela	Prestação	Juros	amortização	Saldo devedor
1	0,00	0,00	0,00	153733,01
2	1588,83	1588,83	0,00	153733,01
3	1537,33	1537,33	0,00	153733,01
4	3551,47	1537,33	2014,14	151718,87
5	3551,47	1517,19	2034,28	149684,58
6	3551,47	1496,85	2054,63	147629,96
7	3551,47	1476,30	2075,17	145554,79
8	3551,47	1455,55	2095,92	143458,86
9	3551,47	1434,59	2116,88	141341,98
10	3551,47	1413,42	2138,05	139203,92
11	3551,47	1392,04	2159,43	137044,49
12	3551,47	1370,44	2181,03	134863,46
13	3551,47	1348,63	2202,84	132660,63
14	3551,47	1326,61	2224,87	130435,76
15	3551,47	1304,36	2247,11	128188,65
16	3551,47	1281,89	2269,59	125919,06
17	3551,47	1259,19	2292,28	123626,78
18	3551,47	1236,27	2315,20	121311,57
19	3551,47	1213,12	2338,36	118973,22
20	3551,47	1189,73	2361,74	116611,48
21	3551,47	1166,11	2385,36	114226,12
22	3551,47	1142,26	2409,21	111816,91
23	3551,47	1118,17	2433,30	109383,61
24	3551,47	1093,84	2457,64	106925,97
25	3551,47	1069,26	2482,21	104443,76
26	3551,47	1044,44	2507,03	101936,72
27	3551,47	1019,37	2532,11	99404,62
28	3551,47	994,05	2557,43	96847,19
29	3551,47	968,47	2583,00	94264,19
30	3551,47	942,64	2608,83	91655,36
31	3551,47	916,55	2634,92	89020,44
32	3551,47	890,20	2661,27	86359,17
33	3551,47	863,59	2687,88	83671,29
34	3551,47	836,71	2714,76	80956,53
35	3551,47	809,57	2741,91	78214,63
36	3551,47	782,15	2769,33	75445,30
37	3551,47	754,45	2797,02	72648,28
38	3551,47	726,48	2824,99	69823,29
39	3551,47	698,23	2853,24	66970,05
40	3551,47	669,70	2881,77	64088,28
41	3551,47	640,88	2910,59	61177,69

42	3551,47	611,78	2939,70	58238,00
43	3551,47	582,38	2969,09	55268,90
44	3551,47	552,69	2998,78	52270,12
45	3551,47	522,70	3028,77	49241,35
46	3551,47	492,41	3059,06	46182,29
47	3551,47	461,82	3089,65	43092,64
48	3551,47	430,93	3120,55	39972,10
49	3551,47	399,72	3151,75	36820,34
50	3551,47	368,20	3183,27	33637,08
51	3551,47	336,37	3215,10	30421,97
52	3551,47	304,22	3247,25	27174,72
53	3551,47	271,75	3279,73	23895,00
54	3551,47	238,95	3312,52	20582,47
55	3551,47	205,82	3345,65	17236,83
56	3551,47	172,37	3379,10	13857,72
57	3551,47	138,58	3412,90	10444,83
58	3551,47	104,45	3447,02	6997,80
59	3551,47	69,98	3481,49	3516,31
60	3551,47	35,16	3516,31	0,00

Fonte: O autor.

Grupo 04

Jangada

Figura 04: Estrutura de uma jangada de 4,0m.Utilizado para pesca de serra.

Fonte:Grupo 04

Comprimento	largura	preço
4m	1,2m	R$ 2.500,00

Instituição para financiamento: Banco do Nordeste

Linha de Crédito: Pronaf, 1% ao ano.

Valor contratado	IOF(1,80992%)	Valor financiado
R$ 2.500,00	R$ 45,25	R$ 2.545,25

Tabela 8: Planilha eletrônica de Amortização (Price),Grupo 4

Parcela	Prestação	Juros	amortização	Saldo devedor
1				R$ 2.545,25
2	268,7326	R$ 25,45	R$ 243,28	R$ 2.301,97
3	268,7326	R$ 23,02	R$ 245,71	R$ 2.056,26
4	268,7326	R$ 20,56	R$ 248,17	R$ 1.808,09

5	268,7326	R$ 18,08	R$ 250,65	R$ 1.557,43
6	268,7326	R$ 15,57	R$ 253,16	R$ 1.304,28
7	268,7326	R$ 13,04	R$ 255,69	R$ 1.048,59
8	268,7326	R$ 10,49	R$ 258,25	R$ 790,34
9	268,7326	R$ 7,90	R$ 260,83	R$ 529,51
10	268,7326	R$ 5,30	R$ 263,44	R$ 266,07
11	268,7326	R$ 2,66	R$ 266,07	R$ 0,00

Fonte: O autor.

Grupo 05:

Batelão

Figura 5: Estrutura de um batelão com motor de rabeta 4,5m,.Utilizado para pesca de sardinhas*.*

Fonte:Grupo 05

Comprimento	Largura	Preço com motor de rabeta
4,5 m	1,4	R$ 3.500,00

Instituição para financiamento: Banco do Nordeste

Linha de Crédito: Pronaf, 1% ao ano

Valor contratado	IOF(1,80992%)	Valor financiado
R$ 3.500,00	R$ 63,35	R$ 3.563,35

Tabela 9: Planilha eletrônica de Amortização (Price),Grupo 5

Parcela	Prestação	Juros	amortização	Saldo devedor
1				R$ 3.563,35
2	376,23	R$ 35,63	R$ 340,59	R$ 3.222,76
3	376,23	R$ 32,23	R$ 344,00	R$ 2.878,76
4	376,23	R$ 28,79	R$ 347,44	R$ 2.531,32
5	376,23	R$ 25,31	R$ 350,91	R$ 2.180,41
6	376,23	R$ 21,80	R$ 354,42	R$ 1.825,99
7	376,23	R$ 18,26	R$ 357,97	R$ 1.468,02
8	376,23	R$ 14,68	R$ 361,55	R$ 1.106,47
9	376,23	R$ 11,06	R$ 365,16	R$ 741,31
10	376,23	R$ 7,41	R$ 368,81	R$ 372,50
11	376,23	R$ 3,73	R$ 372,50	R$ 0,00

Fonte: O autor.

7.3 Embarcação de Translado

Grupo 06:

Proprietário: Francisco das Chagas de Aquino

Cidade: Guamaré

Custo inicial: R$ 22.000.000,00

Figura 6: Francisco das Chagas, proprietário da embarcação que realiza o translado de Guamaré até Galinhos.

Fonte:Grupo 06

Comprimento	Largura de borca	Altura	lotação
8m	2,80 m	1,10m	12 pessoas

Receita: R$5,00 por passageiro

Instituição para financiamento: Banco do Brasil

Linha de Crédito: Microcrédito Empreendedor, 1% ao mês.

Valor contratado	IOF(1,80992%)	Valor financiado
R$ 22.000,00	R$ 398,18	R$ 22.398,18

Tabela 10: Planilha eletrônica de Amortização (Price),Grupo 6

Parcela	Prestação	Juros	amortização	Saldo devedor
1	0	0	0	R$ 22.398,18
2	231,48	231,48	0,00	22398,18

3	223,98	223,98	0,00	22398,18
4	517,43	223,98	293,45	22104,73
5	517,43	221,05	296,39	21808,35
6	517,43	218,08	299,35	21509,00
7	517,43	215,09	302,34	21206,65
8	517,43	212,07	305,37	20901,29
9	517,43	209,01	308,42	20592,87
10	517,43	205,93	311,50	20281,36
11	517,43	202,81	314,62	19966,74
12	517,43	199,67	317,77	19648,98
13	517,43	196,49	320,94	19328,03
14	517,43	193,28	324,15	19003,88
15	517,43	190,04	327,39	18676,49
16	517,43	186,76	330,67	18345,82
17	517,43	183,46	333,97	18011,84
18	517,43	180,12	337,31	17674,53
19	517,43	176,75	340,69	17333,84
20	517,43	173,34	344,09	16989,75
21	517,43	169,90	347,54	16642,21
22	517,43	166,42	351,01	16291,20
23	517,43	162,91	354,52	15936,68
24	517,43	159,37	358,07	15578,61
25	517,43	155,79	361,65	15216,97
26	517,43	152,17	365,26	14851,70
27	517,43	148,52	368,92	14482,79
28	517,43	144,83	372,61	14110,18
29	517,43	141,10	376,33	13733,85
30	517,43	137,34	380,09	13353,76
31	517,43	133,54	383,90	12969,86
32	517,43	129,70	387,73	12582,13
33	517,43	125,82	391,61	12190,52
34	517,43	121,91	395,53	11794,99
35	517,43	117,95	399,48	11395,51
36	517,43	113,96	403,48	10992,03
37	517,43	109,92	407,51	10584,52
38	517,43	105,85	411,59	10172,93
39	517,43	101,73	415,70	9757,22
40	517,43	97,57	419,86	9337,36
41	517,43	93,37	424,06	8913,30
42	517,43	89,13	428,30	8485,00
43	517,43	84,85	432,58	8052,42
44	517,43	80,52	436,91	7615,51
45	517,43	76,16	441,28	7174,23
46	517,43	71,74	445,69	6728,54
47	517,43	67,29	450,15	6278,40

48	517,43	62,78	454,65	5823,75
49	517,43	58,24	459,20	5364,55
50	517,43	53,65	463,79	4900,76
51	517,43	49,01	468,43	4432,34
52	517,43	44,32	473,11	3959,23
53	517,43	39,59	477,84	3481,39
54	517,43	34,81	482,62	2998,77
55	517,43	29,99	487,45	2511,33
56	517,43	25,11	492,32	2019,01
57	517,43	20,19	497,24	1521,76
58	517,43	15,22	502,22	1019,55
59	517,43	10,20	507,24	512,31
60	517,43	5,12	512,31	0,00

Fonte:O autor.

8. RESULTADOS

Foram elaborados alguns esquemas de equivalência de capitais para poder calcular o valor presente líquido de cada receita mensal, descontando as prestações mensais e o custo com as compras do material para confecção das redes, também foi calculada uma média mensal com o gasto do combustível, com essa análise, observou-se que, após o término de financiamento seria necessário fazer uma nova aquisição de uma embarcação ou um novo empréstimo para reforma da mesma, por isso, se torna considerada a análise do investimento apenas no período de cinco anos. Salienta-se que o proprietário da embarcação precisa reservar mais ou menos 20% de seu lucro líquido para reparos futuros em suas embarcações, considerando a depreciação tanto da embarcação quanto do motor. Observem os resultados de cada grupo e posteriormente a análise do investimento.

Grupo 01: Embarcação de pequeno porte para pesca (sem motor).

Embarcação: bote de pescaria

Custo Inicial : R$25.000,00

Análise do investimento

Valor Contratado: R$ 25.452,48

Prestações: $p_{1=0,}$ p_2 = 263,05 $p_{3=}$ 254,02 $p_{n=}$ 587,99

Custo mensal das redes: R$ 60,00

Receita Média mensal :R$ 1.200,00

Lucro Mensal = R-P-C, sendo “L” o lucro, “R” a receita, “P” as prestações e “C” o custo das redes

L_1= 1.200-60=1040, lucro após o primeiro mês.

L_2=1200-263,05-60=876,95

L_3=1.200-254,52-60= 885,48

L_{57}=1.200-587,99-60=552,01

Valor presente

$L_1 = = \frac{1040}{1,01} = 1029,71$

$L_2 = \frac{876,95}{1,01^2} = 859,67$

$L_3 = \frac{885,48}{1,01^3}$=859,44

Igualando as 57 prestações restantes na data 3 e aplicando o teorema 3.2 obtemos:

$L_{57} = \frac{552,01((1,01^{57})-1)}{0,01.1,01^{57}.1} . 1,01^3$ =22.962

Valor presente líquido do lucro= 1029,71+859,67 +859,44+22.962,00=25710,82

Observe que com o valor presente líquido do lucro seria possível à aquisição de uma nova embarcação, assim como fazer futuros reparos e ajustes, do ponto de vista financeiro o projeto é rentável a médio e longo prazo.

Análise do investimento

Grupo 02: Proprietário: Francisco Ivo**.** Barco de Médio porte (com motor).

Valor Contratado: R$ 59.558,80

Prestações: $p_{1=0,}$ p_2 = 795,11 $p_{3=}$ 595,59 $p_{n=}$ 1375,90

Custo mensal das redes R$ 110,00

Custo Médio combustível:250,00

Receita Média mensal = R$ 2.000,00

Lucro Mensal = R-P-C, sendo “L” o lucro, “R” a receita, “P” as prestações e “C” a soma dos custos das redes e do combustível.

L_1= 2500-360=2140

L_2=2500,00-795,11-360=1.344,89

L_3=2.500,00-595,59-360= 1.544,41

L_n=2.500-1375,90-360=764,10 , 3 < n<61

Valor presente

$L_1 = = \frac{2140}{1,01}$ =2118,81

$L_2 = \frac{1344,89}{1,01^2}$ =1318,39

$L_3 = \frac{1544,41}{1,01^3}$=1498,98

Igualando as 57 prestações na data 3 obtemos:

L $_{57}$= $\frac{744,10((1,01^{57})-1)}{0,01.1,01^{57}.1}$$.1,01^{3}$ =1,7632=33.157,811

Valor presente líquido do lucro=38.123,40

Observamos que o projeto é rentável, mas vale salientar que é importante reservar 20% do lucro para futuros reparos.

<u>**Grupo 03:** Embarcação de Médio porte. Projeto Nosso Barco em Diogo Lopes (Distrito de Macau).</u>

Esse Projeto iniciou em 2010 e terminou em 2013 e a embarcação ainda não está em atividade, por esse motivo não foi realizada a análise do investimento.

<u>**Grupo 04: Jangada.**</u>

Análise do investimento

Valor Contratado: R$ 2.545,25

Prestações: p_n = 268,73 1 <n <11

Custo Anual das redes R$600,00

Receita Média Anual R$ 10.000,00

Lucro Mensal = R-P-C, sendo "L" o lucro, "R" a receita, "P" as prestações e "C" o custo das redes

L_{10}= 10.000-268,73-600=9.131,27

Igualando as 10 prestações na data 0 obtemos:

L $_{10}$= $\frac{9.131,27.((1,01^{10})-1)}{0,01.1,01^{10}}$=86.486,77

Percebe-se que o investimento inicial não é tão alto, em contrapartida a renda bruta anual não ultrapassa R$ 10.000,00. O fato da taxa de juros ser muito pequena possibilita a essa família a aquisição de 02 embarcações iguais a aquela adquirida no início do investimento ao final de 10 anos, caso se economize 20% do Lucro.

<u>**Grupo 05:Batelão**</u>

Análise do investimento

Valor Contratado: R$ 2.563,35

Prestações: p_n = 376,23 1 <n <11

Custo anual das redes R$750,00

Custo anual com combustível R$ 1.800,00

Receita Média Anual R$ 14.000,00

Lucro Mensal = R-P-C, sendo “L” o lucro, “R” a receita, “P” as prestações e “C” a soma dos custos das redes e do combustível.

L_n= 14.000-376,73-2550=10.873,27 0<n <11

Igualando as 10 prestações na data 0 obtemos:

$L_{10}=\frac{10.873,27((1,01^{10})-1)}{0,01.1,01^{10}}$=94.694,91

Vale salientar que não levamos em consideração a depreciação do motor de rabeta.

Percebe-se que o investimento inicial não é tão alto, em contrapartida a renda bruta anual não ultrapassa R$ 14.000,00. O fato da taxa de juros ser muito pequena possibilita a essa família a aquisição de 02 embarcações iguais a aquela adquirida no início do investimento ao final de 10 anos, caso se economize 30% do Lucro.

Grupo 06:Embarcação de translado

Análise de investimento

Valor Contratado: R$ 22.398,18

Prestações: P1= 0 P2=231,48, P3=223,98 demais = R$ 517,43.

Custo mensal Combustível + cooperativa :R$ 250+ R$10,00=R$ 260,00

Receita Média mensal = R$ 1.500,00

Lucro Mensal = R-P-C, sendo “L” o lucro, “R” a receita, “P” as prestações e “C” a soma dos custos das do combustível e da cooperativa.

L_1= 1.500-260=1240,00

L_2=1.500- 231,48-260=1008,52

L_3=1.500-223,98-260= 1016,02

L_{57}=1.500-517,43-260=722,57

Valor presente líquido

$L_1 = \frac{1240}{1,01^1} = 1227,27$

$L_2 = \frac{1008,52}{1,01^2} = 988,64$

$L_3 = \frac{1016,02}{1,01^3} = 986,14$

Demais lucros = 31.277,97. Valor presente líquido do lucro = 34.561,02

Obs: Esses valores sofrem variações dependendo da época do ano. Durante o verão os proprietários chegam a ter uma receita mensal de até R$3.000,00. Muitos não se organizam para o período de baixa estação, ou como dizem no popular da região: período das “vacas magras”, ou seja, o inverso onde a receita mensal não ultrapassa R$ 300,00 e dessa forma eles não conseguem pagar as prestações do financiamento. Proponho que durante o período de maior receita seja feita uma poupança mensal no valor de 50% sobre a receita mensal,para que se possa cobrir a baixa receita no período de inverno, dessa forma as prestações futuras não serão pagas com atraso.

9. CONCLUSÃO

De acordo com os resultados obtidos quando da aplicação da primeira atividade (pesquisa de campo), é possível inferir que a interação dos alunos com a sociedade e com a fonte de renda da maioria da população na qual eles estão inseridos auxilia e potencializa o processo de ensino e aprendizagem, quer seja por tornar o processo mais dinâmico, interativo e participativo, quer seja por tornar alguns dos conceitos e resultados matemáticos passíveis de serem testados e experimentados na sala de aula.

Observou-se através dos comentários que a maioria dos alunos se sentiram entusiasmados com a aplicação da matemática financeira em seu cotidiano, principalmente na aquisição e custeio de futuras embarcações, assim como em sua administração financeira pessoal.

Nota-se que alguns tópicos dessa teoria podem ser desenvolvidos no ensino médio, de uma maneira prática e interessante, levando em consideração, uma linguagem clara e sempre atrelada aos conceitos matemáticos.

Atualmente não faz sentido em falar de juros simples, pois praticamente no Brasil não se utiliza esse tipo de capitalização.

Esperamos que essa pequena experiência possa motivar professores e alunos a utilizarem os conteúdos da matemática financeira no cotidiano, principalmente na sua área de formação, para auxiliá-los no ensino e na aprendizagem da matemática. Pretendeu-se, na medida do possível, durante as atividades realizadas, incentivar o alunado quanto à utilização do computador e em seu uso como uma ferramenta de suporte para os estudos, não apenas da matemática, mas de todas as outras disciplinas e na capacidade de criar diálogos transdisciplinares.

Esse trabalho visou à contribuição ao ensino e a aprendizagem da Matemática, em especial a Matemática Financeira. A partir das ideias e das propostas contidas nesse documento espera-se ser possível o desdobramentos de outras atividades a serem trabalhadas com os alunos, levando-se em consideração o estreitamento das fronteiras entre sala de aula – vida cotidiana, teoria e prática da matemática.

Conclui-se que a matemática financeira pode ajudar a população de Macau e arredores em previsões da viabilidade ou não de determinados financiamentos, ver estudos de caso no capítulo anterior, proponho ainda trabalhos futuros de projetos de extensão para ensinar e prestar assessoria aos pescadores da região.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, N. **Matemática: Ciência e Aplicações**, São Paulo - SP, Saraiva, 2011.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (ensino médio)**. Ministério da Educação. Brasília – DF MEC-SEF, 1997.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: livro do aluno.** 2ª série. 1ª Ed. São Paulo-SP, Ática, 2004.

EVES, Howard. **Introdução a História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas-SP, Editora da UNICAMP, 2004.

IEZZI, G. **Fundamentos da Matemática Elementar**. São Paulo, Atual, 2004.

KUHNEN, Osmar L. **Matemática Financeira e Análise de Investimentos**. São Paulo – SP, Atlas, 2000.

LIMA, Elon L. **A Matemática do Ensino Médio**. (vol**.**1 e 2)**.** Porto Alegre - RS, SBM, 1998.

MACHADO, A. S. **Matemática Vol. 2**. São Paulo SP, Atual, 1988.

MENDES, Luciana. ***Indicadores de manutenção em embarcações de pesca artesanal em Macau e seus distritos*.** In. Congresso Norte e Nordeste de pesquisa e inovação, 10.: 2012 Palmas. **Anais do VII Congresso Norte e Nordeste de pesquisa e inovação – CONNEPI**.

MEDEIROS-JÚNIOR. **Matemática Financeira**. Caderno IFPR. Sistema Escola Técnica Aberta do Brasil – e-Tec Brasil. Curitiba, 2012. Disponível em:< http://redeetec.mec.gov.br/images/stories/pdf/proeja/matematica_fin.pdf > Acesso em: 06 mar. 2013.

MORGADO, Augusto César. **Progressões e Matemática Financeira**. Porto Alegre – RS, SBM, 2001.

NOVAES, Rosa Cordelia Novellino de. **Uma abordagem visual para o ensino de Matemática Financeira no ensino médio.** Universidade Federal do Rio de Janeiro. Dissertação de mestrado. 206 p. Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: <http://bit.profmatbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/81/18%20Rosa%20Novellino.pdf?sequence=1> Acesso em: 06 mar. 2013.

PAIVA, MANOEL. **Matemática volume único**. São Paulo, Moderna. 1999

PUCCINI, Ernesto Coutinho. **Matemática Financeira.** 2007. Disponível em: http://www.faad.icsa.ufpa.br/admead/documentos/submetidos/unidade1mf.pdf. Acesso em 11 mar. 2013.

SÁ, Ilydio Pereira de. **Matemática Financeira para Educadores Críticos**, Rio de Janeiro, Editora Ciências Modernas Ltda, 2011.

SCHNEIDER, Ido José. **Matemática Financeira**: um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas. Dissertação de mestrado. Faculdade de Educação, da Universidade de Passo Fundo. 2011 p. Passo fundo, 2008. Disponível em: <https://www.google.com/#hl=pt&q=Matem%C3%A1tica+financeira:+um+conhecimento+importante+e+necess%C3%A1rio+para+a+vida+das+pessoas&oq=Matem%C3%A1tica+financeira:+um+conhecimento+importante+e+necess%C3%A1rio+para+a+vida+das+pessoas&gs_l=serp.3...3233.5579.0.6814.0.0.0.0.0.0.0.0..0.0...0.0...1c.1j2.5.serp.jTb9XZBOWr0&bav=on.2,or.r_gc.r_pw.&fp=f6a0e02eab4190de&biw=1024&bih=643 > Acesso em: 02 mar. 2013.

SILVA, Cláudia Alves da. **Conceitos matemáticos utilizados na área comercial**. Criciúma, 2007. Especialização em educação matemática. Universidade do Extremo Sul Catarinense. UNESC. Disponível em:
http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/00002D/00002DC2.pdf.Acesso em 12 mar. 2013

ANEXOS

ANEXO A – Questionário aplicado com os alunos

Nome : ____

Município Onde reside atualmente : _______________________________________-

Você têm contato direto ou indireto com alguma embarcação ?
( ) Sim ( )Não

Você têm interesse em adquirir futuramente uma embarcação?

( ) Sim ( )Não

Qual embarcação você quer desenvolver a pesquisa ?

( )Pesca ( )Translado

ANEXO B – Questionário aplicado com os proprietários de embarcação.

Proprietário:____

Nome da embarcação:____

Dimensões da Embarcação:____

Tripulantes :____

Custo mensal : ____

Receita mensal :____

Valor de mercado : ____

Para Adquirir a embarcação foi realizado algum empréstimo ?

( )sim ( )não

Qual a Instituição financeira ?

( )Banco do Brasil ( )BNB ( )outros

ANEXO C- Planilha disponibilizada pelo Banco do Brasil

BEM-VINDO À INTRANET

Chave

Operações de Crédito | Página Inicial | Acompanhamento | Extrato Consolidado Anual | Simulador

BOMPRATODOS

BB Crédito Empresa

Informe os dados básicos da operação:

Data da Contratação: * 27/02/2013

Data Base: * 27

Prazo(meses): * 60

Carência(meses): * 3

% Cobertura FGO *: * 80

Valor Contratado: * 25.000,00

Operação SEM Garantia de FGO

Taxa *(a.m.): * 1,000

"vs"

Operação COM Garantia de FGO

Taxa (a.m.): * 0,700

limpar simular

Comparativo	SEM FGO	COM FGO
Juros pagos pelo cliente no período	8.580,63	6.099,69
CCG financiada pelo cliente		1.000,16
IOF financiado pelo cliente	452,48	472,43
Tarifa de Abertura de Crédito paga pelo cliente à vista	500,00	500,00
Total de despesas da operação	9.533,11	8.072,28
Economia para o cliente na vinculação de FGO	1.460,83	

SEM FGO

Nº Parcela	Dt. Venc.	VL Juros	VL Amort. Juros	VL Saldo Juros	VL Amort. Capital	VL Prestação	VL Saldo Devedor
1	27.03.2013	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	25.452,48
2	27.04.2013	263,05	263,05	0,00	0,00	263,05	25.452,48
3	27.05.2013	254,52	254,52	0,00	0,00	254,52	25.452,48
4	27.06.2013	254,52	5,82	248,71	582,17	587,99	25.119,02
5	27.07.2013	251,19	11,58	488,31	576,40	587,99	24.782,21
6	27.08.2013	247,82	17,29	718,84	570,69	587,99	24.442,04
7	27.09.2013	244,42	22,94	940,32	565,04	587,99	24.098,47
8	27.10.2013	240,98	28,53	1.152,76	559,45	587,99	23.751,47
9	27.11.2013	237,51	34,07	1.356,20	553,91	587,99	23.400,99
10	27.12.2013	234,00	39,56	1.550,65	548,43	587,99	23.047,01
11	27.01.2014	230,47	44,99	1.736,13	543,00	587,99	22.689,48
12	27.02.2014	226,89	50,36	1.912,66	537,62	587,99	22.328,39
13	27.03.2014	223,28	55,69	2.080,25	532,30	587,99	21.963,68
14	27.04.2014	219,63	60,96	2.238,93	527,03	587,99	21.595,32
15	27.05.2014	215,95	66,17	2.388,70	521,81	587,99	21.223,28
16	27.06.2014	212,23	71,34	2.529,59	516,64	587,99	20.847,53
17	27.07.2014	208,47	76,46	2.661,60	511,53	587,99	20.468,01
18	27.08.2014	204,68	81,52	2.784,76	506,46	587,99	20.084,70
19	27.09.2014	200,84	86,53	2.899,06	501,45	587,99	19.697,55
20	27.10.2014	196,97	91,50	3.004,53	496,48	587,99	19.306,54
21	27.11.2014	193,06	96,42	3.101,18	491,57	587,99	18.911,61
22	27.12.2014	189,11	101,28	3.189,01	486,70	587,99	18.512,73
23	27.01.2015	185,12	106,10	3.268,03	481,88	587,99	18.109,87
24	27.02.2015	181,09	110,87	3.338,25	477,11	587,99	17.702,98
25	27.03.2015	177,02	115,60	3.399,68	472,39	587,99	17.292,01
26	27.04.2015	172,92	120,27	3.452,32	467,71	587,99	16.876,94
27	27.05.2015	168,76	124,90	3.496,18	463,08	587,99	16.457,72
28	27.06.2015	164,57	129,49	3.531,26	458,49	587,99	16.034,30
29	27.07.2015	160,34	134,03	3.557,57	453,95	587,99	15.606,66
30	27.08.2015	156,06	138,52	3.575,11	449,46	587,99	15.174,73

COM FGO

Nº Parcela	Dt. Venc.	VL Juros	VL Amort. Juros	VL Saldo Juros	VL Amort. Capital	VL Prestação	VL Saldo Devedor
1	27.03.2013	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	26.472,
2	27.04.2013	191,50	191,50	0,00	0,00	191,50	26.472,
3	27.05.2013	185,30	185,30	0,01	0,00	185,30	26.472,
4	27.06.2013	185,30	3,92	181,39	560,90	564,83	26.093,
5	27.07.2013	182,65	7,82	356,22	557,00	564,83	25.710,
6	27.08.2013	179,97	11,69	524,50	553,13	564,83	25.326,
7	27.09.2013	177,28	15,54	686,24	549,29	564,83	24.938,
8	27.10.2013	174,56	19,36	841,45	545,47	564,83	24.548,
9	27.11.2013	171,83	23,15	990,13	541,68	564,83	24.155,
10	27.12.2013	169,08	26,91	1.132,30	537,91	564,83	23.759,
11	27.01.2014	166,31	30,65	1.267,96	534,17	564,83	23.360,
12	27.02.2014	163,52	34,37	1.397,12	530,46	564,83	22.959,
13	27.03.2014	160,71	38,05	1.519,78	[illegible]	[illegible]	[illegible]
14	27.04.2014	157,88	41,71	1.635,95	523,11	564,83	22.148,
15	27.05.2014	155,04	45,35	1.745,63	519,47	564,83	21.738,
16	27.06.2014	152,17	48,96	1.848,83	515,86	564,83	21.326,
17	27.07.2014	149,28	52,56	1.945,56	512,28	564,83	20.910,
18	27.08.2014	146,37	56,11	2.035,82	508,71	564,83	20.492,
19	27.09.2014	143,44	59,65	2.119,62	505,18	564,83	20.070,
20	27.10.2014	140,49	63,16	2.196,95	501,67	564,83	19.646,
21	27.11.2014	137,52	66,64	2.267,83	498,18	564,83	19.219,
22	27.12.2014	134,53	70,11	2.332,25	494,72	564,83	18.788,
23	27.01.2015	131,52	73,55	2.390,22	491,28	564,83	18.355,49
24	27.02.2015	128,48	76,96	2.441,74	487,86	564,83	17.919,15
25	27.03.2015	125,43	80,35	2.486,82	484,47	564,83	17.479,75
26	27.04.2015	122,35	83,72	2.525,45	481,10	564,83	17.037,27
27	27.05.2015	119,26	87,06	2.557,64	477,76	564,83	16.591,70
28	27.06.2015	116,14	90,39	2.583,39	474,44	564,83	16.143,01
29	27.07.2015	113,00	93,68	2.602,71	471,14	564,83	15.691,18
30	27.08.2015	109,83	96,96	2.615,58	467,86	564,83	15.236,18

SEM FGO							
Nº Parcela	Dt. Venc.	Vl. Juros	Vl. Amort. Juros	Vl. Saldo Juros	Vl. Amort. Capital	Vl. Prestação	Vl. Saldo Devedor
31	27.09.2015	153,74	142,97	3.583,88	445,01	587,99	14.738,49
32	27.10.2015	147,38	147,38	3.583,88	440,60	587,99	14.297,88
33	27.11.2015	142,97	151,74	3.575,11	436,24	587,99	13.862,87
34	27.12.2015	138,52	156,06	3.557,57	431,92	587,99	13.403,40
35	27.01.2016	134,03	160,34	3.531,26	427,64	587,99	12.949,44
36	27.02.2016	129,49	164,57	3.496,18	423,41	587,99	12.490,95
37	27.03.2016	124,90	168,76	3.452,32	419,22	587,99	12.027,86
38	27.04.2016	120,27	172,92	3.399,68	415,07	587,99	11.560,15
39	27.05.2016	115,60	177,02	3.338,25	410,96	587,99	11.087,76
40	27.06.2016	110,87	181,09	3.268,03	406,89	587,99	10.610,65
41	27.07.2016	106,10	185,12	3.189,01	402,86	587,99	10.128,76
42	27.08.2016	101,28	189,11	3.101,18	398,87	587,99	9.642,06
43	27.09.2016	96,42	193,06	3.004,54	394,92	587,99	9.150,49
44	27.10.2016	91,50	196,97	2.899,07	391,01	587,99	8.654,00
45	27.11.2016	86,54	200,84	2.784,76	387,14	587,99	8.152,55
46	27.12.2016	81,52	204,68	2.661,61	383,31	587,99	7.646,08
47	27.01.2017	76,46	208,47	2.529,59	379,51	587,90	7.134,55
48	27.02.2017	71,34	212,23	2.388,70	375,75	587,99	6.617,90
49	27.03.2017	66,17	215,95	2.238,93	372,03	587,99	6.096,09
50	27.04.2017	60,96	219,63	2.080,25	368,35	587,90	5.569,06
51	27.05.2017	55,69	223,28	1.912,66	364,70	587,99	5.038,76
52	27.06.2017	50,36	226,89	1.736,13	361,09	587,99	4.499,13
53	27.07.2017	44,99	230,47	1.550,65	357,52	587,99	3.956,13
54	27.08.2017	39,56	234,00	1.356,21	353,98	587,99	3.407,70
55	27.09.2017	34,07	237,51	1.152,77	350,47	587,99	2.853,79
56	27.10.2017	28,53	240,98	940,32	347,00	587,99	2.294,33
57	27.11.2017	22,94	244,42	718,84	343,57	587,99	1.729,28
58	27.12.2017	17,28	247,82	488,32	340,16	587,99	1.158,58
59	27.01.2018	11,58	251,19	248,71	336,80	587,99	582,18
60	27.02.2018	5,80	254,52	0,00	333,46	587,99	0,00

COM FGO							
Nº Parcela	Dt. Venc.	Vl. Juros	Vl. Amort. Juros	Vl. Saldo Juros	Vl. Amort. Capital	Vl. Prestação	Vl. Saldo Devedor
31	27.09.2015	106,65	100,21	2.622,02	464,61	564,83	14.778,00
32	27.10.2015	103,44	103,44	2.622,02	461,38	564,83	14.316,62
33	27.11.2015	100,21	106,65	2.615,58	458,17	564,83	13.852,00
34	27.12.2015	96,96	109,83	2.602,71	454,99	564,83	13.384,13
35	27.01.2016	93,68	113,00	2.583,40	451,83	564,83	12.912,99
36	27.02.2016	90,39	116,14	2.557,64	448,69	564,83	12.438,55
37	27.03.2016	87,06	119,26	2.525,45	445,57	564,83	11.960,78
38	27.04.2016	83,72	122,35	2.486,82	442,47	564,83	11.479,68
39	27.05.2016	80,35	125,43	2.441,74	439,39	564,83	10.995,20
40	27.06.2016	76,96	128,48	2.390,22	436,34	564,83	10.507,33
41	27.07.2016	73,55	131,52	2.332,25	433,31	564,83	10.016,05
42	27.08.2016	70,11	134,53	2.267,83	430,29	564,83	9.521,33
43	27.09.2016	66,64	137,52	2.196,96	427,30	564,83	9.023,15
44	27.10.2016	63,16	140,49	2.119,62	424,33	564,83	8.521,48
45	27.11.2016	59,65	143,44	2.035,83	421,38	564,83	8.016,29
46	27.12.2016	56,11	146,37	1.945,57	418,45	564,83	7.507,58
47	27.01.2017	52,55	149,28	1.848,84	415,55	564,83	6.995,30
48	27.02.2017	48,96	152,17	1.745,63	412,66	564,83	6.479,43
49	27.03.2017	45,35	155,04	1.635,95	409,79	564,83	5.959,95
50	27.04.2017	41,71	157,88	1.519,78	406,94	564,83	5.436,84
51	27.05.2017	38,05	160,71	1.397,12	404,11	564,83	4.910,06
52	27.06.2017	34,37	163,52	1.267,96	401,30	564,83	4.379,60
53	27.07.2017	30,65	166,31	1.132,31	398,51	564,83	3.845,43
54	27.08.2017	26,91	169,08	990,14	395,74	564,83	3.307,51
55	27.09.2017	23,15	171,83	841,45	392,99	564,83	2.765,83
56	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
57	27.11.2017	15,54	177,28	524,50	387,55	564,83	1.671,07
58	27.12.2017	11,69	179,97	356,23	384,85	564,83	1.117,93
59	27.01.2018	7,82	182,65	181,40	382,18	564,83	560,92
60	27.02.2018	3,90	185,30	0,00	379,52	564,83	0,00