UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

JOSÉ RILDO OLIVEIRA DANTAS

“O USO DO GEOGEBRA, UMA PRÁTICA INTERDISCIPLINAR NO ESTUDO DE SINAIS SENOIDAIS E NA MONTAGEM DE UM FASOR EM CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE ALTERNADA”

MOSSORÓ/RN

2013

JOSÉ RILDO OLIVEIRA DANTAS

“O USO DO GEOGEBRA, UMA PRÁTICA INTERDISCIPLINAR NO ESTUDO DE SINAIS SENOIDAIS E NA MONTAGEM DE UM FASOR EM CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE ALTERNADA”

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA, Campus Mossoró, para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Maurício Zuluaga – UFERSA

Mossoró

2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Catalogação na Fonte

D 192 Dantas, José Rildo Oliveira.

"O uso do geogebra, uma prática interdisciplinar no estudo de sinais senoidais e na montagem de um fasor em circuitos elétricos de corrente alternada". / José Rildo Oliveira Dantas. – Mossoró, 2013.

68f. ; 30cm.

Dissertação (Mestrado em Matemática)–Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2013.

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária

Elvira Fernandes de Araújo Oliveira CRB15/294

JOSÉ RILDO OLIVEIRA DANTAS

“O USO DO GEOGEBRA, UMA PRÁTICA INTERDISCIPLINAR NO ESTUDO DE SINAIS SENOIDAIS E NA MONTAGEM DE UM FASOR EM CIRCUITOS ELÉTRICOS DE CORRENTE ALTERNADA”

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semiárido – UFERSA, Campus Mossoró, para obtenção do título de Mestre em Matemática.

APROVADO EM _____/_____/_____

BANCA EXAMINADORA

____

Prof. Dr. Maurício Zuluaga Martinez – UFERSA

Presidente

____

Prof. Dr. DJANGO JESUS DANTAS - UFERSA

Segundo Membro

____

Pesq. Dr. Aleksandre Saraiva Dantas - IFRN

Segundo Membro

Dedico este trabalho à minha família, em especial à minha esposa Oneide Barboza e os meus dois filhos: Rildo Júnior e Marília Gabriela, por me apoiarem durante o tempo que durou este curso, sempre contribuindo com incentivos e coragem para alcançar este objetivo.

Ao meu professor e orientador Dr: Maurício Zuluaga pela oferta do seu valioso conhecimento, marcando o alcance do término deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Por tudo, agradeço a Deus, pela existência e proteção.

Agradeço à minha esposa, Oneide Barbosa, pela compreensão e motivação, as quais me moveram por todo esse período. Agradeço também por acreditar no meu potencial, contribuindo para que tudo isso tornasse realidade.

Agradeço os meus filhos, Rildo Júnior e Marília Gabriela objetivo da minha vida, pelas horas dadas de compreensão em detrimento aos meus estudos.

Agradeço aos meus pais que contribuíram para o alicerce do meu saber.

Agradeço ao coordenador do Curso (PROFMAT – UFERSA), Professor Dr. Ronaldo Garcia, por todo o incentivo, pela confiança depositada e por não medir esforços para que seus alunos pudessem alcançar o sucesso.

Ao meu orientador, Professor Dr. Maurício Zuluaga, pela contribuição e por todas as orientações tão valiosas para a confecção deste trabalho.

Aos professores da disciplina eletrotécnica do IFRN/Mossoró, Ms: Francisco Elves Carvalho Souza e Ms: Aldayr Dantas de Araújo Júnior pela contribuição e por todas as orientações tão valiosas para a confecção deste trabalho.

A meus colegas de turma por todos os momentos vivenciados que contribuíram durante o curso.

Aos amigos e professores Dr. Aleksandre Dantas e Elias das Neves, pelo incentivo, apoio e orientação metodológica, tão importante e indispensável na execução deste trabalho.

Por fim, a todos que colaboraram com esse momento edificante da minha vida.

“Tu me fizeste uma das tuas criaturas
Com ânsia de amar
Águia pequena que nasceu para as alturas
Com ânsia de voar
E eu percebi que as minhas penas já cresceram
E que eu preciso abrir as asas e tentar
Se eu não tentar não saberei como se voa
Não foi a toa que eu nasci para voar.

Pequenas águias correm risco quando voam
Mas devem arriscar
Só que é preciso olhar os pais como eles voam
E aperfeiçoar
Haja mau tempo haja correntes traiçoeiras
Se já tem asas seu destino é voar
Tem que sair e regressar ao mesmo ninho
E outro dia, outra vez recomeçar.

Tu me fizeste amar o risco das alturas
Com ânsia de chegar
E embora eu seja como as outras criaturas
Não sei me rebaixar
Não vou brincar de não ter sonhos se eu os tenho
Sou da montanha e na montanha eu vou ficar
Igual meus pais vou construir também meu ninho
Mas não sou águia se lá em cima eu não morar.

Tenho uma prece que eu repito suplicante
Por mim, por meu irmão
Dá-me esta graça de viver a todo instante
A minha vocação
Eu quero amar um outro alguém do jeito certo
Não vou trair meus ideais pra ser feliz
Não vou descer nem jogar fora o meu projeto
Vou ser quem sou e sendo assim serei feliz.

(Padre Zezinho)

RESUMO

A matemática do ensino médio apresenta um valor formativo, além de desempenhar um papel instrumental. No aspecto instrumental ela funciona como ferramenta que serve para vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. O ensino de trigonometria através de caminhos tão formais e de exercícios herméticos provoca no discente a ansiedade em ver o lado prático-utilitário e várias são aplicações da trigonometria em diversas áreas das ciências e ramos do conhecimento e do trabalho. É tarefa do docente adequar a sua prática de acordo com o contexto da turma. Este trabalho relata a prática pedagógica realizada com alunos do 2º ano do curso técnico integrado de nível médio em eletrotécnica do IFRN Campus Mossoró. Foi elaborada uma atividade com o uso do GeoGebra nos conteúdos de trigonometria e de circuitos elétricos de corrente alternada de forma interdisciplinar entre matemática e eletrotécnica. Nela utilizou-se gráficos das funções originadas de circuitos elétricos de correntes alternadas em seu domínio temporal que tem como base a função $v(t) = v_p sen(\omega t + \Theta_0)$ e verificado o estudo dos parâmetros v_p, ω e Θ_0, o que acarreta a modificação de cada parâmetro no contexto gráfico e nas grandezas envolvidas, a análise matemática e física e, logo após o estudo das funções foi montado um fasor que serviu para fazer observações dessa representação gráfica semelhante ao comportamento da função seno no ciclo trigonométrico, onde foi verificado o sinal da corrente e da tensão em determinados momentos e também a relação com o quadrante onde o fasor se encontra, além de procurar se obter a tensão eficaz. Esse software facilita a aprendizagem de eletrotécnica e funções senoidais, pois permitiu o aluno a percepção dos conteúdos envolvidos, despertou a curiosidade e o interesse em aprender e contribuiu para uma maior compreensão do mesmo.

Palavras-chave: Sinais senoidais, fasor, Corrente alternada, GeoGebra.

ABSTRACT

The high school math has a formative value, besides playing an instrumental role. In the instrumental aspect it functions as a tool which works in everyday life and in many specific tasks of almost all human activities. The teaching of trigonometry through formal ways and hermetic exercises causes anxiety in students to see the practical side-utility. There are several applications of trigonometry in several areas of sciences and branches of knowledge and work. It is the teacher's work to adjust their practice according to the group context. This paper describes the pedagogical practice held with students of 2nd year of integrated technical middle level, electrotechnical course at IFRN Campus Mossoró. An activity was elaborated with the use of GeoGebra with the contents of trigonometry, electrical circuits and alternating current form interdisciplinary mathematics and electrical engineering. It was used graphs of functions originating from alternating current electrical circuits in his temporal dominion which is based on the function v (t) = vpsen (ωt + Θ0) and verified study the parameters vp, ω and Θ0, which carries modification of each parameter in the graphics context and the quantities involved, mathematical analysis and physics, and immediately after the study of the functions was mounted a phasor which served to make observations of this graphical representation similar to the behavior of the trigonometric sine function in the cycle, which was checked the current signal and the voltage at certain times and also the relationship with the quadrant where the phasor is, besides seeking to obtain the effective voltage. This software facilitates the learning of electrical engineering and sinusoidal functions, as it allowed the student perception of content involved, aroused the curiosity and interest learning, and contributed to a greater understanding of it.

Keywords: Signs sinusoidal, Phasor, Alternating current, GeoGebra.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

ENEM – Exame nacional para o ensino médio

IFRN – Instituto Federal de Educação, ciências e tecnologia do Rio Grande do Norte

LDBEN – Lei de diretrizes e bases da educação nacional

PCN + – Parâmetros curriculares Nacionais (versão complementar)

PCN – Parâmetros curriculares Nacionais

PPP – Projeto político pedagógico

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A institucionalização do ensino médio integrado à educação profissional rompeu com a dualidade que historicamente separou os estudos preparatórios para a educação superior da formação profissional no Brasil e deverá contribuir com a melhoria da qualidade nessa etapa final da educação básica.

A ideia central expressa na lei de diretrizes e base da educação nacional de 1996, e que orienta a transformação, estabelece o ensino médio como a etapa conclusiva da educação básica de toda a população estudantil e não mais somente uma etapa preparatória de outra etapa escolar ou do exercício profissional. Isso desafia a comunidade educacional a pôr em prática propostas que superem as limitações do antigo ensino médio, organizado em termos de duas principais tradições formativas, a pré-universitária e a profissionalizante.

A proposta do projeto politico pedagógico (PPP) do curso técnico de nível médio em eletrotécnica do IFRN Campus Mossoró está organizada por núcleos politécnicos os quais favorecem a prática da interdisciplinaridade, apontando para o reconhecimento da necessidade de uma educação profissional e tecnológica integradora de conhecimentos científicos, experiências e saberes advindos do mundo do trabalho, possibilitando, assim, a construção do pensamento tecnológico crítico e a capacidade de intervir em situações concretas.

O ensino médio é uma etapa final de uma educação de caráter geral, que situa o educando como sujeito produtor de conhecimento e participante do mundo do trabalho e suas diretrizes têm como novos objetivos de formação, nessa etapa do ensino, priorizam a formação ética e desenvolvimento da autonomia intelectual.

> As situações e desafios que o jovem do Ensino Médio terá que enfrentar, em âmbito escolar, no mundo do trabalho e no exercício da cidadania, fazem parte de um processo complexo, onde as informações são apenas parte de um todo articulado, marcado pela mobilização de conhecimentos e habilidades. (Brasil, 2002,p. 153)

A formação inicial e continuada também deve ser oferecida para formação de professores que tem como desafio preparar o jovem para uma sociedade complexa como a atual, que requer aprendizagem autônoma e contínua ao longo da vida.

A matemática dessa etapa do ensino apresenta um valor formativo, além de desempenhar um papel instrumental. No aspecto formativo leva o aluno a desenvolver sua criatividade e a capacidade para resolver problemas, criar o hábito de investigação e confiança para enfrentar situações novas e formar uma visão ampla e cientifica da realidade. No aspecto instrumental deve ser vista como um conjunto de ferramentas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para atividade profissional.

Para o PCN+ a área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias elegeu três grandes competências como metas a serem perseguidas durante esta etapa da escolaridade básica e complementar do Ensino Fundamental para todos os brasileiros.

São elas:

- A competência da representação e comunicação que envolve a leitura, interpretação e produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características desta área do conhecimento.
- A competência da investigação e compreensão, marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências.
- A competência da contextualização das ciências no âmbito sócio-cultural, na forma de análise crítica das ideias e recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas através do pensar e do conhecimento cientifico

(Brasil, 2002,p. 156).

Para a escolha dos conteúdos, é importante que levem em consideração os diferentes propósitos da formação matemática na educação básica. Assim, o IFRN, ao integrar a educação profissional ao ensino médio, inova pedagogicamente sua concepção de ensino médio, em resposta aos diferentes sujeitos sociais para os quais se destina, por meio de um currículo integrador de conteúdos do mundo do trabalho e da prática social do estudante, levando em conta o dialogo entre os saberes de diferentes áreas do conhecimento.

> Apesar de sua importância, tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Desta forma o estudo deve se ater as **funções seno, cosseno e tangente** com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas (Brasil, 2002, p. 165 e 166).

Para as orientações curriculares no que se refere ao estudo das funções trigonométricas, destaca-se um trabalho na trigonometria, deve anteceder a abordagem das funções seno, cosseno e tangente, priorizando as relações métricas no triângulo retângulo e as leis do seno e do cosseno como ferramentas essenciais a serem adquiridas pelo aluno do ensino médio.

Considerando a matemática para a tecnologia, deve-se pensar na formação que capacita para o uso de calculadoras, planilhas eletrônicas e diversos software educativos, instrumentos bastante corriqueiros nos dias de hoje. É importante ressaltar a matemática como ferramenta para entender a tecnologia e a tecnologia como ferramenta para entender a matemática.

Este trabalho relata uma prática pedagogia interdisciplinar realizada no dia 20 de março de 2013, com os alunos do 2º ano do ensino técnico integrado de nível médio em eletrotécnica do IFRN Campus Mossoró. Essa prática é uma articulação entre os três núcleos que compõe a grade curricular. O núcleo estruturante representado pela disciplina matemática através principalmente do estudo da função seno, o núcleo tecnológico pela disciplina eletrotécnica através do estudo dos circuitos elétricos de correntes alternadas e núcleo articulador pelo o uso do software GeoGebra como ferramenta da prática.

Foram elaboradas duas atividades envolvendo as disciplinas de matemática e eletrotécnica com auxilio do software GeoGebra. Essa prática envolve disciplinas de pertencentes a núcleos diferentes, que tem em comum o uso da trigonometria, com as funções seno e cosseno, presentes na formação de sinais de corrente e tensão na maioria dos circuitos de correntes alternadas. Foi usado o software GeoGebra apenas como ferramenta do processo interdisciplinar, não foi intensão caracterizar como mais uma disciplina envolvida e assim termos os três núcleos contemplados nesse trabalho, apenas verificou-se que ele se adequa a proposta das atividades.

A primeira atividade feita foi a análise gráfica e algébrica da função $v(t) = v_p sen(\omega t + \theta_0)$ originada de circuitos de corrente alternada, quanto a alterações provocadas pelos parâmetros v_p, ω e θ_0 do ponto de vista gráfico e algébrico, essa etapa não houve uma construção direta das funções por parte dos alunos, foi feita uma função $v(t) = 5sen(8\pi t)$ que serviu de base para o estudo e com alterações em cada parâmetro que a princípio foram ocultadas e depois de acordo com estudo de cada parâmetro foram visualizadas no mesmo instante com a função v(t) para que cada aluno pudesse fazer suas observações e conclusões.

A 2ª atividade foi a construção de um fasor na zona gráfica do GeoGebra. Essa atividade teve a participação direta dos alunos no processo de construção com base nos passos elaborado no tutorial e também com o acompanhamento por projetor de multimídia. O fasor foi construído utilizando vários comandos na barra de ferramentas e adotado módulo unitário de 311 para contextualizar com tensão de pico de 311 Volt e tensão eficaz de 220 Volt.

2 CONTEÚDOS RELACIONADOS

O presente capítulo tratar-se-á dos conteúdos relacionados nas práticas, dando uma abordagem resumida do estudo das funções trigonométricas seno e cosseno, as transformações nas funções trigonométricas e, uma base teórica do estudo de circuitos elétricos de correntes alternadas com sinais senoidais, com suas representações em forma de onda, diagrama fasorial e expressão trigonométrica.

2.1 Definições das funções trigonométricas

As definições de seno e cosseno no ensino da matemática acontecem em primeiro lugar como razão trigonométrica no triângulo retângulo, e logo após, é dada uma definição de função trigonométrica no ciclo, que também tem sua representação no plano cartesiano.

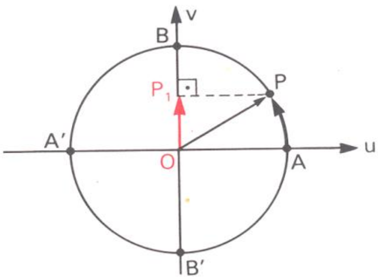
Todas as funções trigonométricas são periódicas, mas podem-se destacar como principais as funções seno e cosseno, pelo caráter matemático, haja vista, que as outras funções podem ser representadas com base nessas duas e, pela sua aplicabilidade em fenômenos periódicos em várias áreas do conhecimento, em especial em correntes elétricas alternadas.

Como essas funções aparecem na representação matemática de equações que envolvem tensões e correntes de circuitos elétricos de corrente alternada, é necessário um breve resumo sobre essas funções.

2.1.1 Definição da função seno

Dado um número real x, seja P sua imagem no ciclo. Denominamos seno de x (e indicamos por sen x) a ordenada OP_1 do ponto P em relação ao sistema uOv.

Figura 01: Definição da função seno no ciclo trigonométrico



Fonte: (Iezzi, 1996)

Definimos a função seno como a função f de R em R que a cada x є R faz do corresponder o número real y = sen x, isto é:

f: R → R

x → y = sen x

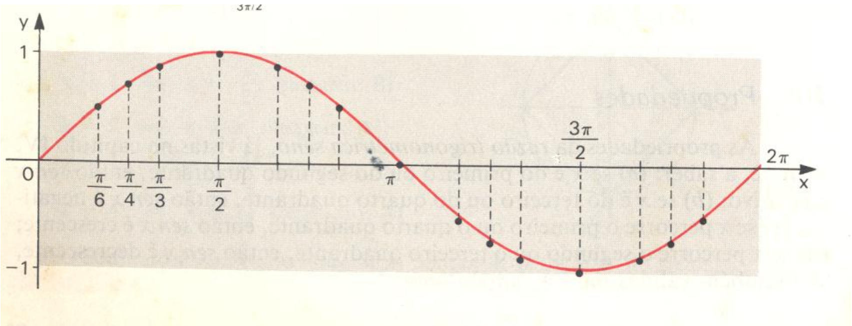
O domínio da função seno é R e o conjunto imagem é o intervalo [– 1 , 1].

A função y = sen x é periódica e seu período é 2π, já que sen(x + 2π) = sen x.

Em alguns intervalos sen x é crescente e em outros é decrescente. Por exemplo, nos intervalos [0, $\frac{\pi}{2}$] e [$\frac{3\pi}{2}$, 2 π] sen x é crescente. Já no intervalo [$\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}$] ela é decrescente.

O gráfico da função f(x) = sen x, denominado senóide, pode ser visto na figura 2.

Figura 02: gráfico da função seno no plano cartesiano

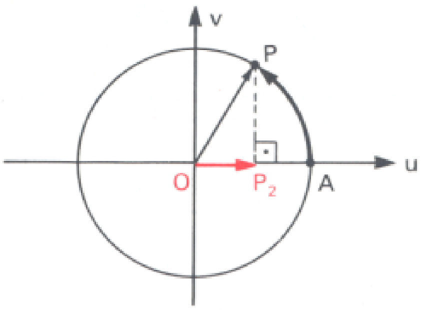


Fonte: (Iezzi, 1996)

2.1.2 Definição da função cosseno

Dado um número real x, seja P sua imagem no ciclo. Denominamos cosseno x (e indicamos cos x) a abscissa OP_2 do ponto P em relação ao sistema uOv.

Figura 03: Definição da função cosseno no ciclo trigonométrico



Fonte: (Iezzi, 1996)

Definimos a função cosseno como a função f de R em R que a cada x є R faz corresponder o número real y = cos x, isto é:

f: R → R

x → y = cos x

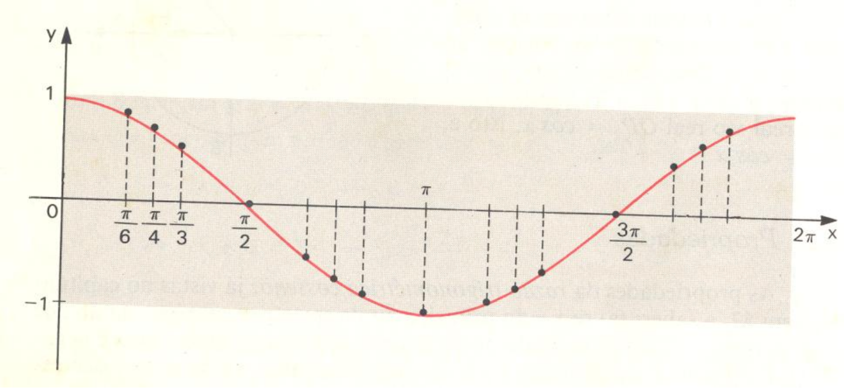
O domínio da função cosseno é R e o conjunto imagem é o intervalo [– 1 , 1].

A função y = cos x é periódica e seu período é 2π, já que cos (x + 2π) = cos x.

Em alguns intervalos cos x é crescente e em outros é decrescente. Por exemplo, nos intervalos [0, π] cos x é decrescente. Já no intervalo [π, 2π] ela é crescente.

O gráfico da função f(x) = cos x, denominado cossenóide, pode ser visto na figura 4.

Figura 04: gráfico da função cosseno no plano cartesiano



Fonte: (Iezzi, 1996)

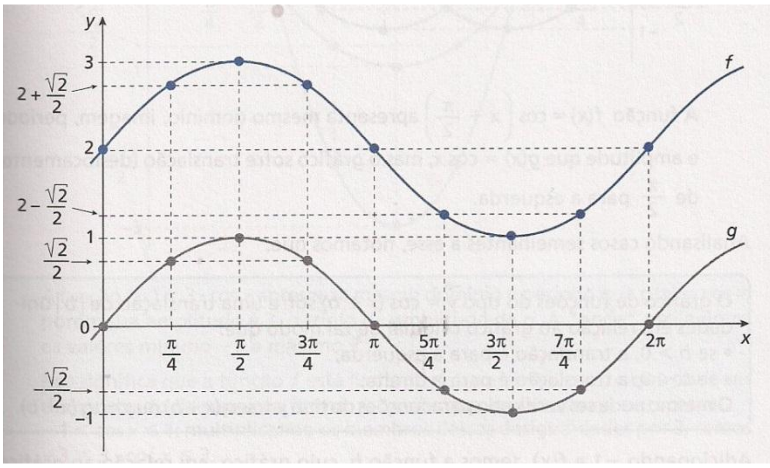
2.2 Transformações nas funções trigonométricas

Conhecendo os gráficos das funções trigonométricas, passamos a mostrar que transformações sofrem os gráficos quando algumas modificações simples são feitas nas funções.

Estas modificações feitas nas funções fundamentais referem-se a três conhecidas palavras: simetria, translação e dilatação (ou compressão). O efeito de cada uma delas será mostrado nos exemplos de funções cujos gráficos são mais complexos e podem surgir em problemas reais que envolvam a trigonometria. Em cada caso construiremos o gráfico de uma das funções fundamentais e o gráfico da função pedida.

2.2.1 Construir o gráfico da função do tipo f(x) = c + sen x e da função g(x) = sen x.

Figura 05: gráficos das funções f(x) = 2 + sen x e g(x) = sen x



Fonte: Barroso, 2010

Analisando casos semelhantes a esse, notemos que:

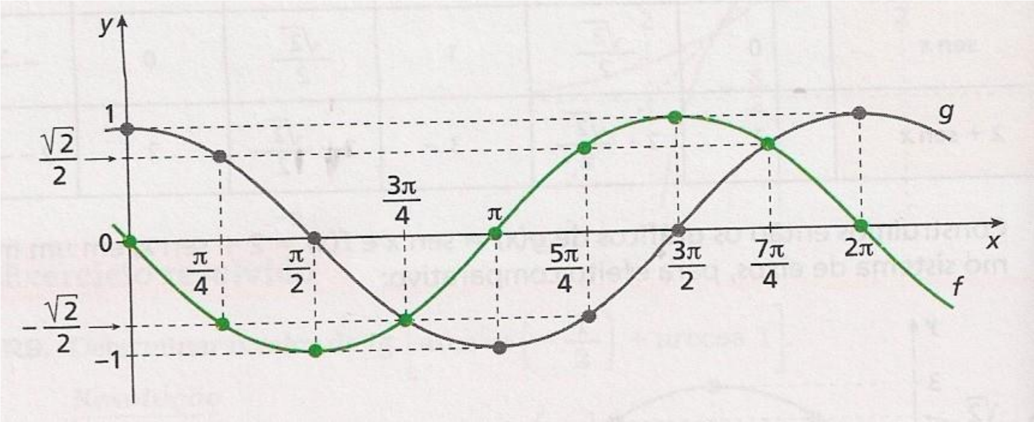
O gráfico de funções trigonométricas do tipo y = c + sen x sofre uma translação de $|c|$ unidades em relação ao gráfico original, da seguinte forma:

- ✓ Se c > 0, a translação é para cima;
- ✓ Se c < 0, a translação é para baixo.

O mesmo pode ser verificado para as funções do tipo y = c + cos x e y = c + tgx.

2.2.2 Construir o gráfico da função do tipo f(x) = cos (x + b) e da função g(x) = cos x

Figura 06: gráficos das funções f(x) = cos (x + $\frac{\pi}{2}$) e g(x) = cos x



Fonte: Barroso, 2010

Analisando casos semelhantes a esse, notemos que:

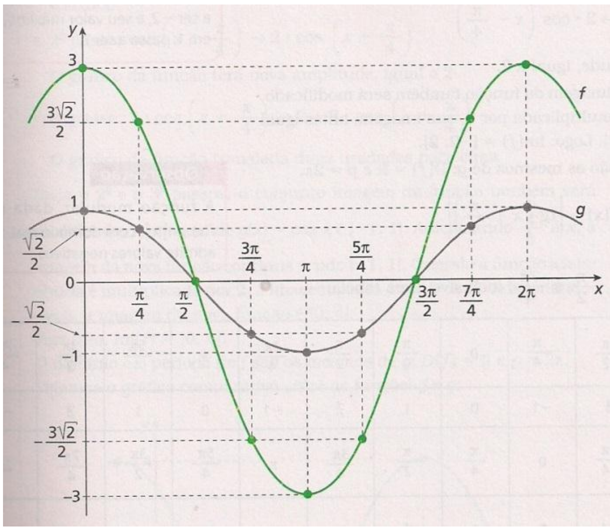
O gráfico de funções do tipo f(x) = cos (x + b) sofre uma translação de $|b|$ unidades em relação ao gráfico original de tal modo que:

- ✓ Se b > 0, a translação é para a esquerda;
- ✓ Se b< 0, a translação é para a direita.

O mesmo pode ser verificado para funções do tipo y = sen (x + b) ou y = tg (x + b).

2.2.3 Construir o gráfico da função do tipo f(x) = d.cos x e g(x) = cos x

Figura 07: gráficos das funções f(x) = 3.cos x e g(x) = cos x



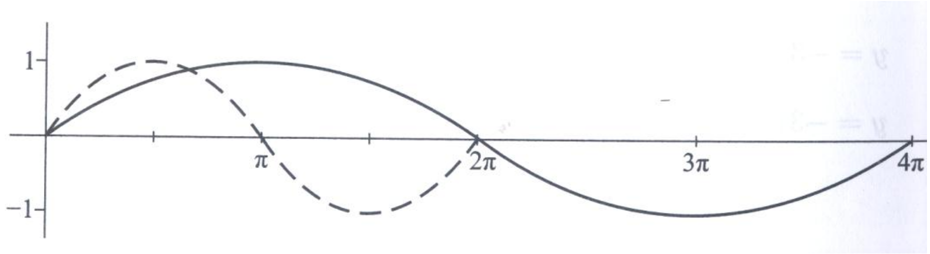
Fonte: Barroso, 2010

Analisando casos semelhantes a esse, notamos que:

O gráfico de funções trigonométricas do tipo y = d.cos x tem amplitude $|d|$. O mesmo ocorre para funções do tipo y = d.sen x.

2.2.4 Construir o gráfico da função do tipo f(x) = sen dx

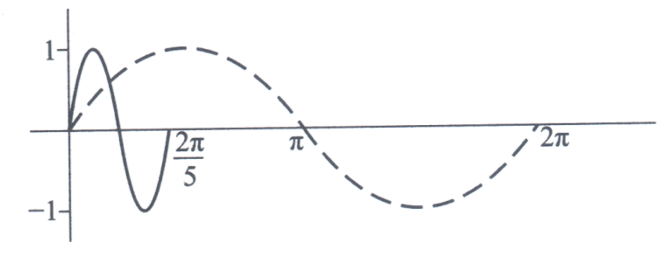
Figura 08: Gráfico da função y = sen $\frac{x}{2}$.



Fonte: Trigonometria e números complexos, SBM

$$p = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} \rightarrow p = 4\pi$$

Figura 09: Gráfico da função y = sen 5 x.



Fonte: Trigonometria e números complexos, SBM

$p = \frac{2\pi}{5}$

Analisando casos semelhantes ao exemplo dado, notamos que:

As funções trigonométricas do tipo y = sen (dx) ou cos (dx) têm período $\frac{2\pi}{|d|}$.

2.3 Tensão e correntes alternadas senoidais

2.3.1 Corrente Alternada

Os circuitos elétricos trabalham com tensões e correntes **contínuas** e **alternadas**. Em diversos dispositivos, a forma de onda da corrente depende da forma de onda da tensão neles aplicada, além da natureza dos mesmos, ou seja,se são resistivos, indutivos ou capacitivos.

O **sinal alternado** (**CA** – Corrente Alternada ou **AC** – *Alternate Current*) varia de polaridade e valor ao longo do tempo e, dependendo de como essa variação ocorre, têm-se diversas formas de sinais alternados (senoidal, quadrado, triangular etc). Faremos o estudo **gráfico** e **matemático** da forma de onda senoidal. Que é o mais importante para análise de circuitos elétricos em corrente alternada.

2.3.2 Representação Matemática (Expressão Trigonométrica)

A representação matemática mais utilizada para a tensão senoidal é a representação no domínio do tempo. Assim sendo, a equação matemática completa para representar o sinal senoidal é:

$$\boxed{v(t) = V_P \cdot sen(\omega \cdot t + \theta_0)}$$

Onde: $v(t)$ = valor da tensão no instante t (em V);

V_P = valor de pico ou amplitude máxima da tensão (em V);

ω = freqüência angular (em rad/s);

t = tempo (em s);

θ_0 = ângulo de fase inicial (em º ou rad).

2.3.3 Parâmetros do Sinal Alternado

A tensão elétrica produzida nas usinas geradoras, transmitida a grande distância, distribuída nos centros urbanos e, finalmente, utilizada nas residências, é denominada tensão alternada. A denominação alternada é decorrente do fato de a polaridade da tensão induzida sofrer inversão a cada semi-ciclo.

Ao conectar-se uma carga nos terminais desse sistema elétrico, surgirá uma corrente alternada com as mesmas caraterísticas da tensão aplicada..

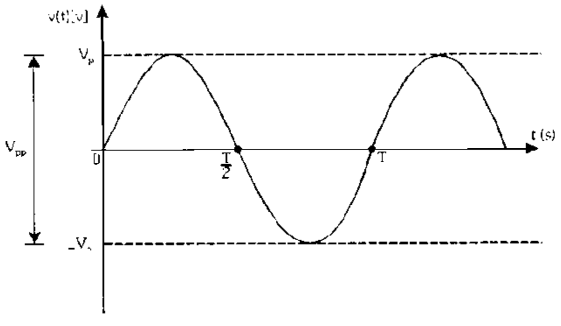
Os sistemas elétricos que produzem um sinal *CA* por meios eletromecânicos são chamados de geradores *CA* ou alternadores. Os equipamentos eletrônicos que produzem um sinal *CA* a partir de um sinal *CC* são os *geradores de audiofrequência* (AF - freqüência compreendida entre 20 Hz e 20 kHz) e os *geradores de radiofreqüência* (RF - freqüência de radiações eletromagnéticas utilizadas em radiotransmissão, e que está compreendida entre 3 kHz e 300 kHz.

Embora a tensão alterne a sua polaridade e a corrente alterne o seu sentido periodicamente (a cada meio ciclo), é comum representá-las por setas unidirecionais, já que todo circuito possui um ponto de referência para as tensões (referencial terra).

2.3.4 Período e Freqüência

A forma de onda da tensão senoidal pode ser representada no domínio temporal, isto é, $v(t) = V_P \cdot sen\omega t$, e no domínio angular, isto é, $v(\theta) = V_P \cdot sen\theta$, conforme mostrado nos gráficos abaixo.

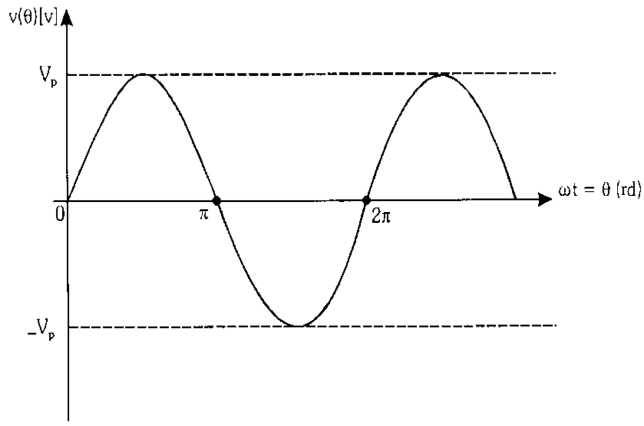
Figura 10: Gráfico da função v(t) = v_p.senωt



Fonte: Albuquerque, 2007

O domínio temporal, o ciclo demora um *período T*, cuja unidade de medida é o *segundo [s]*.

Figura 11: Gráfico da função v(θ) = v_p.sen θ



Fonte: Albuquerque, 2007

Um ciclo angular tem *2π rad* (ou *360°*). A frequência angular ω corresponde à

de medida é radianos/segundos [rad/s]. Já, o número de ciclos gerados

A frequência angular ω corresponde a velocidade angular do enrolamento do gerador e mede quantos radianos ele se deslocou em um segundo. Por isso a sua unidade de medida é radianos/segundo [rad/s]. Já, o número de ciclos gerados por segundo é a frequência f, cuja unidade de medida é ciclos/segundo ou hertz [Hz].

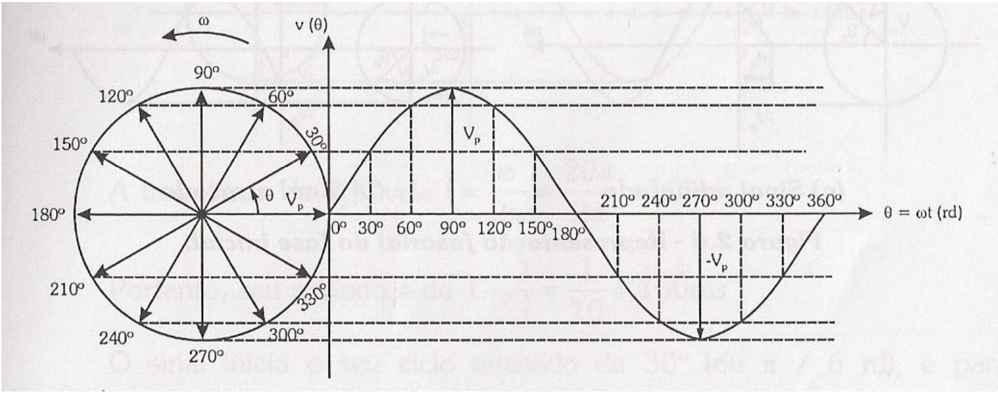
Assim, podemos relacionar a freqüência angular ω, o período *T* e a freqüência f, por meio das três formulas apresentadas abaixo:

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\quad$ $f = \frac{1}{T}$ $\quad$ $\omega = 2\pi T$

2.3.5 – Amplitudes características do sinal alternado

Um sinal *CA* (tensão ou corrente) pode ser especificado, em termos de amplitude, de várias formas diferentes tomemos como referência uma tensão alternada senoidal.

Figura 12: Valor instantâneo v(t)= v_p.senωt



Fonte: Albuquerque, 2007

O valor instantâneo v(t) é a amplitude do sinal em um determinado instante t, matematicamente, ele deve ser calculado pela expressão:

$$\boxed{v(t) = V_P \cdot sen\omega t}$$

Valor de pico v_p

O valor de pico corresponde à amplitude máxima (positiva ou negativa) que o sinal possui.

Valor de pico a pico v_{pp}

O valor de pico a pico corresponde à amplitude total entre os dois pontos máximos (positivo e negativo) e, portanto, ele é o dobro do valor de pico $\boxed{V_{PP} = 2 \cdot V_P}$.

Os valores v_p e v_{pp} são mais significativos que o instantâneo, pois por meio deles é possível comparar a amplitude de sinais diferentes. Além disso, ao analisarmos um sinal com o osciloscópio, esses valores podem ser facilmente medidos.

Valor eficaz ou RMS v_{ef} ou v_{rms} ou v

O valor eficaz ou *RMS* (*Root Mean Square* ou Raiz Média Quadrática) corresponde ao valor de uma tensão alternada que, se fosse aplicada a uma resistência, dissiparia uma potência média, em watt, de mesmo valor numérico que a potência dissipada por uma tensão continua aplicada à mesma resistência.

Definição: Considere uma função periódica temporal *f(t)*, com período *T*. O valor eficaz F dessa função é definido por: $F = \left[\frac{1}{T} \cdot \int_0^T f^2(t) \cdot dt \right]^{1/2}$

Para sinais senoidais, a formula de valor eficaz ode ser covertida no domínio angular, considerando o período T equivalente a 2πrad, ou seja:

$$F = \left[\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f^2(\theta) \cdot d\theta \right]^{1/2}$$

Assim, considerando a tensão $v(\theta) = V_P \cdot sen\theta$, o seu valor eficaz pode ser deduzido facilmente:

$$V_{ef} = \left[\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} v^2(\theta) \cdot d\theta \right]^{1/2} = \left[\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} V_P^{\,2} \cdot \mathrm{sen}^2\theta \cdot d\theta \right]^{1/2} = \left[\frac{V_P^{\,2}}{2\pi} \cdot \left(\frac{\theta}{2} - \frac{\mathrm{sen}2\theta}{4} \right) \Bigg|_0^{2\pi} \right]^{1/2} \Rightarrow$$

$$V_{ef} = \left[\frac{V_P^{\,2}}{2\pi} \cdot \left(\frac{2\pi}{2} - \frac{\mathrm{sen}4\pi}{4} - \frac{0}{2} + \frac{\mathrm{sen}0}{4} \right) \right]^{1/2} = \left[\frac{V_P^{\,2}}{2\pi} \cong (\pi) \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{V_P^{\,2}}{2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_{ef} = \frac{V_P}{\sqrt{2}} \cong 0{,}707 \times V_P}$$

O valor eficaz de um sinal alternado é, em termos de amplitude, o mais importante do ponto de vista prático, pois a tensão e a corrente eficazes podem ser medidas diretamente, respectivamente, pelos voltímetros e amperímetro CA.

Nas análises de circuitos por diagramas fasoriais e por números complexos usa-se sempre o valor eficaz como referência. A tensão e a corrente eficazes serão simbolizadas simplesmente por V ou I.

Valor médio v_m

O valor médio corresponde à média aritmética sobre todos os valores de um sinal senoidal durante um semi-ciclo. O meio ciclo é usado para a média, porque um ciclo completo o valor médio seria zero.

$$\boxed{V_M = \frac{2 \cdot V_P}{\pi} \cong 0{,}637 \times V_P}$$

2.3.6 – Fase inicial de um sinal alternado

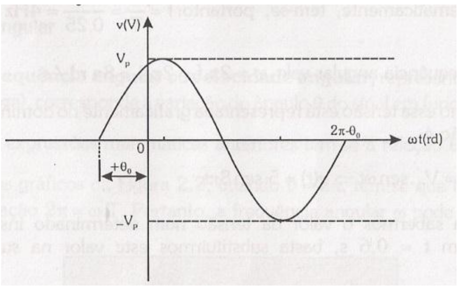
Nos circuitos elétricos, nem sempre um sinal senoidal inicia o seu ciclo no instante *t = 0 s*. Neste caso, dizemos que o sinal possui uma fase inicial Θ_0.

Assim sendo, a expressão completa para representar o sinal senoidal deve incluir essa fase inicial, conforme a expressão:

$$\boxed{v(t) = V_P \cdot sen(\omega t + \theta_0)}$$

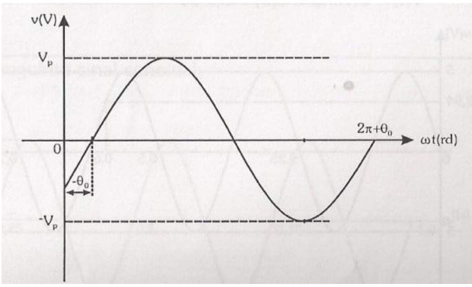
Se o sinal inicia o seu ciclo adiantado, Θ_0 é positivo. Se o sinal inicia o seu ciclo atrasado, Θ_0 é negativo, como mostram as figuras abaixo.

Figura 16: Sinal Adiantado (+θ_0)



Fonte: Fonte: Albuquerque, 2007

Figura 17: Sinal Atrasado (–θ_0)



Fonte: Fonte: Albuquerque, 2007

__**Defasagem entre sinais alternados**__

Num circuito elétrico, é muito comum a análise de mais de um sinal senoidal, sendo necessário, às vezes, conhecer a diferença de fases entre eles.

A diferença de fases $\Delta\theta$ entre dois sinais de mesma freqüência é denominada defasagem, sendo que a mesma é medida tomando-se um dos sinais como referência.

2.4 O uso de novas tecnologias no ensino da matemática

O uso de software no ensino da matemática no Brasil é recente e é regado de discursões quanto à utilização dessa ferramenta. Ainda é comum o receio de algumas tecnologias nesse processo, tiramos como exemplo o uso da calculadora como apoio para alunos do ensino médio, ainda hoje há uma discursão quanto aos efeitos do uso da calculadora e seu julgamento se ele causa efeitos benéficos ou maléficos a aprendizagem. Por um lado, alguns professores condenam por achar que vai atrofiar habilidades da aritmética e, respaldados pelos exames de vestibulares e ENEM que não permitem a sua utilização, levantam a bandeira dizendo que é melhor acostumar os alunos a não utilizar e por outros, ver como um apoio a operações já previamente assimiladas pelos alunos e que vai priorizar técnicas de resolução de problemas, relações entre os conceitos matemáticos, raciocínio logico, sem ter que deter parte do tempo com essas operações.

O uso de novas tecnologias no ensino está ligado diretamente a forma como ela é utilizada afim de que os benefícios previstos sejam alcançados. Novas tecnologias devem servir de apoio ao ensino, de fonte de aprendizagem e de ferramenta para o desenvolvimento de novas habilidades.

Nunca se falou tanto no uso da informática no processo ensino aprendizagem, esse assunto causa inquietação de educadores e professores de matemática, essa discursão é extremamente importante porque visa criar estratégias ou definir metas de como usar tal recurso. Esse processo não pode ser unilateral como acontece na maioria dos casos, onde o professor é o centro com o domínio do conhecimento e o aluno um expectador que deseja receber o que foi transmitido, ele deve acontecer de forma bilateral, onde aluno e o professor sejam agentes ativos do aprender e do ensinar, construindo uma dinâmica que possibilite a inserção da informática como um poderoso elo que auxilie o processo educativo, não só exclusivamente na matemática, mas de forma interdisciplinar, afinal quantas vezes escutamos dos professores que aprendem com os alunos, em sala de aula quando de sua prática pedagógica e quantas vezes vemos nossos alunos agirem como monitores de seus colegas de classe e, na maioria das vezes obtendo resultados satisfatórios. Então, essa prática não é nova, apenas a ferramenta informática é que está sendo inserida.

É perceptivo que há uma expansão do uso do computador em praticamente todas as áreas do conhecimento e do trabalho de forma muito rápida nas últimas décadas e que os jovens absorvem de forma também rápida tal tecnologia. Hoje a grande maioria tem acesso a tecnologias como celular, internet, computadores públicos e privados e outras formas afins. Vivemos a era da informática e não podemos ignorar, devemos está abertos para aceitar e participar desse processo. Não devemos temer a velha máxima "o discípulo superou o mestre", pois, essa construção deve ter o legado de passar de geração para geração e o que esperamos é um mundo melhor, mais justo, mais fraterno e tudo isso passa por uma educação de qualidade.

Observa-se que os softwares podem ser um poderoso aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, ele cria um ambiente favorável a construção do conhecimento da matemática e uma ferramenta essencial do professor.

> As orientações curriculares para o ensino médio em ciências da natureza matemática e suas tecnologias que tem como objetivo contribuir com o professor sobre a prática docente diz "a qualidade da escola é condição essencial de inclusão e democratização das oportunidades no Brasil, e o desafio de oferecer uma educação básica de qualidade, para inserção do aluno, o desenvolvimento do pais e a consolidação da cidadania é tarefa de todos" (Brasil, 2008, p.7)

.

O plano de curso técnico de nível médio integrado em eletrotécnica na área da indústria do IFRN está fundamentado nas bases legais e nos princípios norteadores explicitados na LDB Nº 9.394/96 e, no conjunto de leis, decretos, pareceres e referenciais curriculares que normatizam a educação profissional e o ensino médio no sistema educacional brasileiro, bem como os documentos que versam sobre a integralização destes dois níveis que têm como pressupostos a formação integral do profissional-cidadão. Como marco orientador, estão presentes também, as decisões institucionais traduzidas nos objetivos da instituição e na compreensão da educação como a prática social, os quais se materializam na função social do IFRN de promover educação científico-tecnológico-humanística visando à formação integral do profissional-cidadão crítico-reflexivo, competente técnica e eticamente e comprometido efetivamente com as transformações sociais, politicas e culturais e em condições de atuar no mundo do trabalho na perspectiva da edificação de uma sociedade mais justa e igualitária, através da formação inicial e continuada de trabalhadores, da educação profissional tecnológica de graduação e pós-graduação da formação de professores fundamentada na construção, reconstrução e transmissão do conhecimento.

Nas orientações curriculares complementares aos parâmetros nacionais para o ensino Médio (PCN +) das disciplinas da área de ciências da natureza, matemática e suas tecnologias, das competências gerais está inserido que o domínio de linguagens, para a representação e a comunicação cientifico tecnológico, são um campo comum a toda ciência, e a toda tecnologia, com sua nomenclatura, seus símbolos e códigos, suas designações de grandezas e unidades, boa parte dos quais já incorporados a linguagem cotidiana moderna. A articulação desta nomenclatura, destes códigos e símbolos, em sentenças, diagramas, gráficos, esquemas e equações, a leitura a interpretação destas linguagens, seu uso em análises e sistematizações de sentido prático ou cultural, são construções características desta área de conhecimento, mas hoje integram um instrumental igualmente necessário para atividades econômicas e para o pensamento social. Por isso, o desenvolvimento de códigos e linguagens em ciências e tecnologia, deve ser tomado como um aspecto formativo de interesse amplo, ou seja, no sentido disciplina cientifica este desenvolvimento não está somente a serviço dessa ciência ou das ciências, mas sim promovendo uma competência geral de representação e comunicação.

O computador foi inserido em nossa sociedade não só como um mero eletrodoméstico e sim como um elemento poderoso na transformação cada vez mais rápida nos processos de comunicação, de conhecimento, de relações comerciais, de transformação da própria sociedade, capaz de mudar o mundo em que vivemos,

Entende-se a aprendizagem como uma construção de um aluno crítico, questionador, investigador, não se pode ficar alheio a informática como um recurso ao processo ensino-aprendizagem. A utilização de software nas aulas de matemática contribui para que o educando perceba essa disciplina de forma mais abrangente e integral, mediando e contribuindo para seu desenvolvimento lógico e cognitivo.

A presença do computador requer da escola e do professor novas posturas frente a construção do conhecimento. O professor deve ser capaz de montar estratégias de quando e como deverá introduzir o uso da informática em suas aulas e, é claro, é necessário que o docente esteja preparado para a realização de atividades computadorizadas com os alunos. É preciso estudar o software para conhecer o que pode ser feito com sua utilização, isso requer do professor um planejamento prévio das atividades. Essas atividades quanto mais praticadas facilitam o uso do software e ajudam o aprender matemático.

Vários são os software educacionais utilizados no processo de ensino-aprendizagem nas diversas áreas da educação e significativamente na área de matemática. A tecnologia tornou-se uma ferramenta importante no uso em sala de aula.

Esse trabalho utiliza um software GeoGebra de matemática dinâmica que oferece em sua interface três diferentes vistas dos objetos matemáticos, geometria, álgebra e cálculo. A escolha do software deve-se a alguns fatores que gostaria de citar o porquê da escolha:

- Por conhecer o software nas aulas de recursos computacionais;
- Saber quais resultados podem serem esperados;
- Atende aos objetivos do trabalho;
- Por ter uma linguagem simples quando comparado com outros;
- Por ser um software livre (gratuito);
- Desperta no aluno a motivação a capacidade de gerar perguntas;
- Por estimular a criatividade;
- Auxiliar no processo de desenvolvimento do raciocínio.

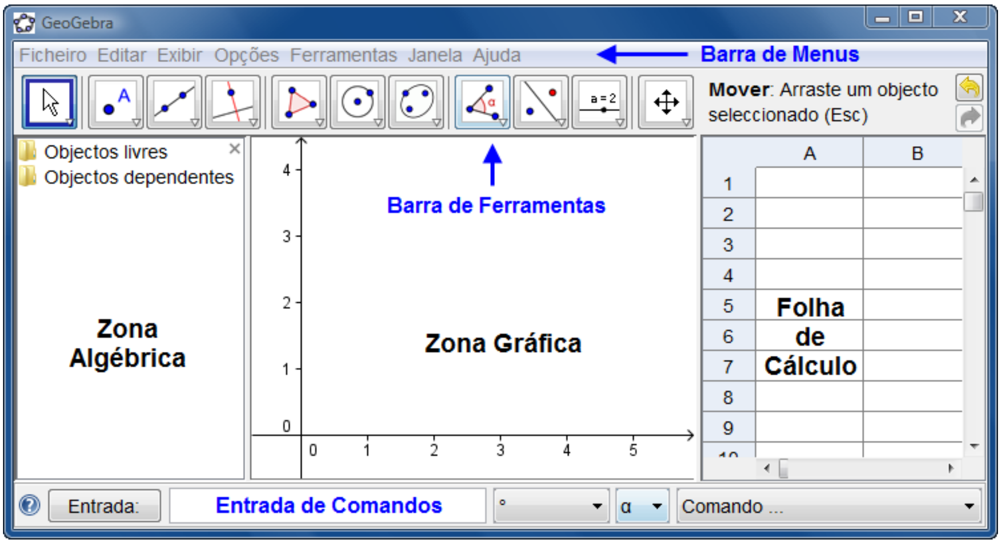
Essa escolha deve-se principalmente pela proposta do trabalho que é a de analisar os parâmetros da função senoidal originada em circuitos de corrente alternada e no processo de construção do fasor, o GeoGebra adequa-se muito bem e representa uma ferramenta poderosa no processo,

2.5 O que é o GeoGebra?

Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um software gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. Além dos aspectos didáticos, o GeoGebra é uma excelente ferramenta para se criar ilustrações profissionais para serem usadas no Microsoft Word, no Open Office ou no Latex. Escrito em JAVA e disponível em português, o GeoGebra é multiplataforma e, portanto, pode ser instalado em computadores com Windows, Linux ou Mac OS.

O GeoGebra fornece três diferentes vistas dos objetos matemáticos: a Zona Gráfica, a Zona Algébrica, ou numérica, e a Folha de Cálculos. Elas permitem mostrar os objetos matemáticos em três diferentes representações: graficamente (pontos, gráficos de funções, etc), algebricamente (coordenadas de pontos, equações, etc) e nas células da Folha de Cálculo. Assim todas as representações do mesmo objeto estão ligadas dinamicamente e adaptam-se automaticamente às mudanças em qualquer uma delas, independente da forma como esses objetos foram inicialmente criados.

Figura 15: Interface do software GeoGebra



Fonte: Manual de GeoGebra

A Zona Gráfica utiliza a barra de ferramentas com diversas ferramentas para construções geométricas. Cada objeto criado na Zona Gráfica tem também uma representação na Zona Algébrica. Cada ícone na barra de ferramentas representa uma caixa de ferramentas que contém um conjunto de ferramentas similares. Para abrir uma caixa de ferramentas basta clicar na pequena flecha situada no canto inferior direito do respectivo ícone.

Usando a Entrada de Comandos o usuário pode inserir diretamente expressões algébricas no GeoGebra. Após ter batido a tecla Enter, a expressão algébrica digitada aparece na Zona Algébrica e a respectiva representação gráfica aparece na Zona Gráfica. Na Zona Algébrica, os objetos matemáticos são organizados em duas classes: objetos livres e objetos dependentes. O GeoGebra também oferece uma vasta gama de comandos que podem ser inseridos no campo de entrada.

Na Folha de Cálculo do GeoGebra, cada célula tem um nome específico que permite identifica-la diretamente. O nome de uma célula pode ser usado em expressões e em comandos para identificar o conteúdo da célula correspondente. Nas células das folhas de cálculo pode inserir não só números mas, também todo o tipo de objetos matemáticos suportados pelo GeoGebra. Os objetos na Folha de Cálculo são classificados como objetos auxiliares na Zona Gráfica.

O GeoGebra é um software livre de fácil entendimento que apresenta ferramentas que envolve geometria, álgebra e cálculo numérico no mesmo instante de forma dinâmica que facilita a interpretação e compreensão de conceitos e propriedades matemáticas, com o objetivo de ajudar a despertar no aluno a curiosidade e o interesse em aprender matemática.

3 A PRÁTICA INTERDISCIPLINAR COM O USO DO GEOGEBRA

Essa prática foi realizada no dia 20 de março de 2013, no laboratório de informática II do IFRN Campus Mossoró com os 35 alunos da 2ª série do curso técnico integrado de nível médio em eletrotécnica, que tem em sua grade curricular a disciplina eletrotécnica e matemática, que tem, respectivamente, os conteúdos de circuitos elétricos com corrente alternada e funções trigonométricas. A atividade de utilização do GeoGebra dividiu-se em duas práticas, análise gráfica e matemática do sinal senoidal provocado por correntes elétricas alternadas, variando os parâmetros da função trigonométrica e em seguida foi construído um fasor, uma outra forma de representar correntes e tensões alternadas.

As duas práticas interdisciplinares de matemática e eletrotécnica apresentou uma primeira parte o uso do software GeoGebra como ferramenta no processo de construção de gráficos e verificação de parâmetros, o envolvimento de vários conceitos matemáticos. Na segunda etapa o aluno respondeu um questionário relativo a cada prática como forma de certificar o aproveitamento e também de verificar a relação de interdisciplinaridade entre os conteudos envolvidos e também a percepção de que o GeoGebra é apenas uma ferramenta.

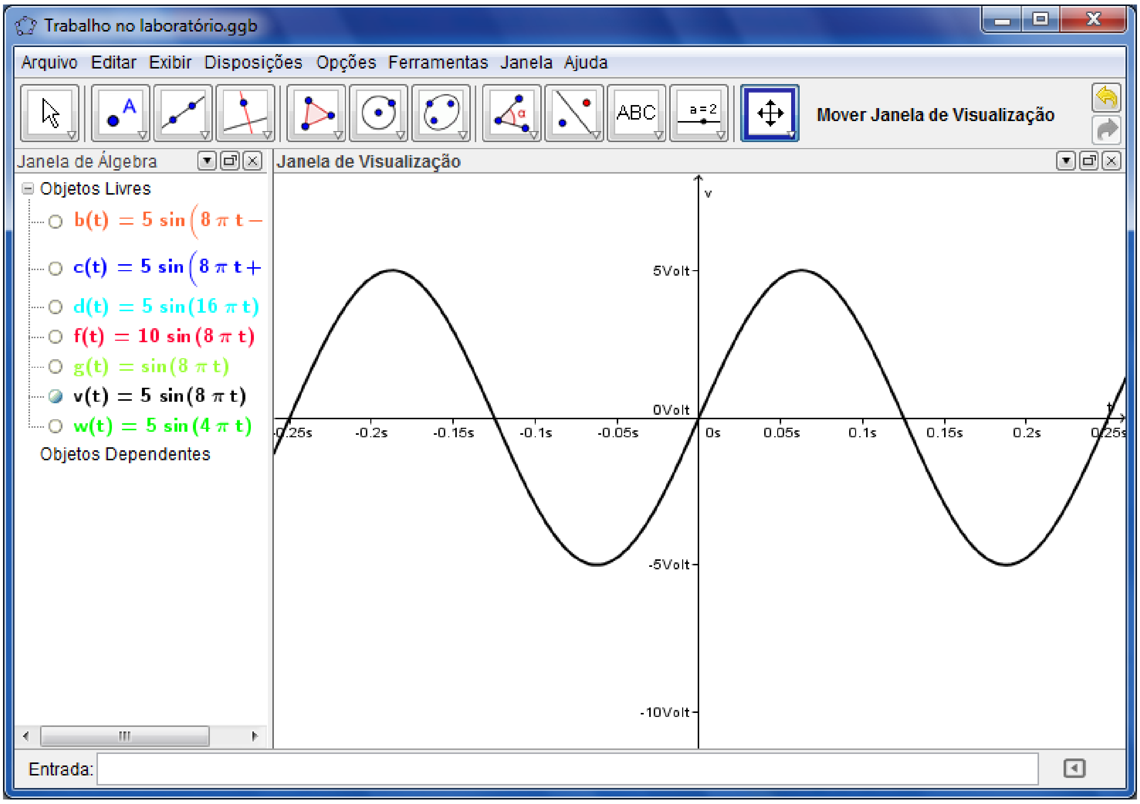
No planejamento dessa atividade percebeu-se que as três competências básicas para o ensino de matemática do ensino médio segundo PCN+, resumido em representação e comunicação, investgação e compreensão, contextualização sociocultural, assim como diversas habilidades, seriam contempladas de forma natural, espontãnea no desenvolvimento do trabalho.

3.1 Primeira prática: Análise gráfica e algébrica do sinal senoidal.

Essa prática ajuda o aluno a desenvolver habilidades de ler, interpretar e utilizar representações matemáticas, utilizar corretamente recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação e instrumento de medição e desenho, interpretar e criticar resultados numa situação concreta, discutir idéais e produzir argumentos consistentes, aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.

Nessa etapa o aluno não participou da construção dos gráficos. Foi construído e analisado o gráfico da função $v(t) = 5.sen8\pi t$ que serviu como base para análises dos parâmetros v_p, ω e θ_0, com a modificação de cada parâmetro e suas influências gráficas e algébricas na função.

Figura 16: Gráfico da função v(t) = 5sen (8πt)

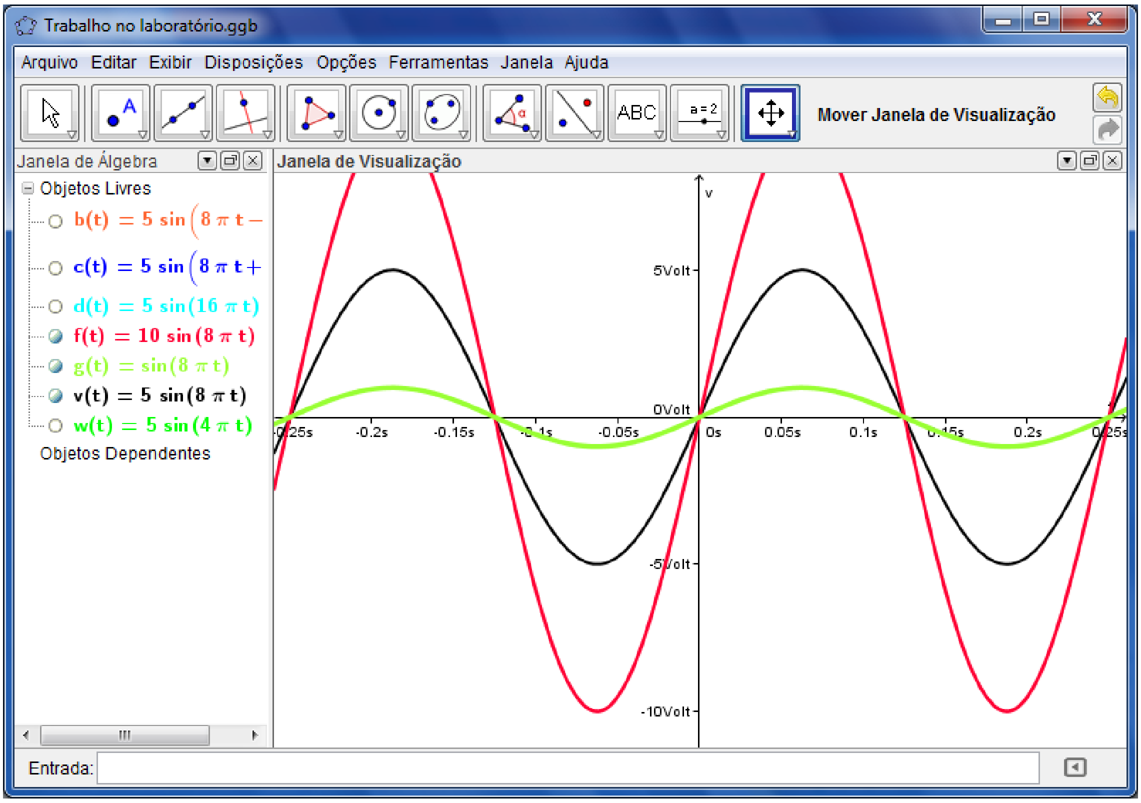


Fonte: GeoGebra

Considerando o estudo da função base v(t) = 5.sen8πt, dividiu-se em três etapas da seguinte forma:

1ª Etapa: Tendo a função base na zona gráfica do GeoGebra, foram inseridas duas funções com alteração do parâmetro v_p, as funções f(t)=10.sen8πt e g(t) = sen8πt e foram configuradas em cores diferentes, vermelho e verde, respectivamente, para facilitar a visualização e consequentemente a análise.

Figura 17: Gráfico das funções v(t) = 5sen (8πt), f(t) = 10sen (8πt) e g(t) =sen (8πt),



Fonte: GeoGebra

Após a visualização e interpretação dos gráficos acima, o aluno respondeu a primeira pergunta do questionário I.

1) Modificação no parâmetro v_p provoca alterações no (a):

( ) Velocidade angular

( ) Tensão de pico

( ) Tensão eficaz

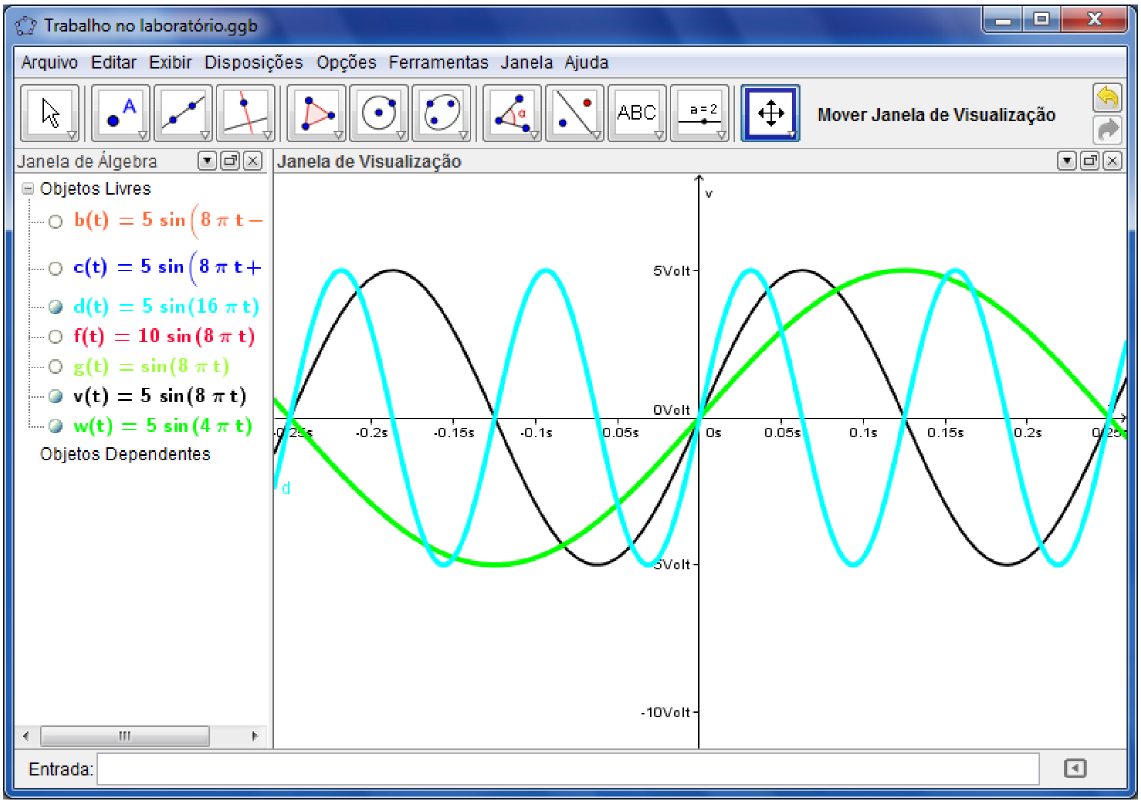
( ) Período

( ) Frequência

( ) Fase inicial

2ª Etapa: Foi mantida a função v(t) e foram ocultadas as funções f(t) e g(t) da zona gráfica do GeoGebra e criadas duas novas funções com alteração do parâmetro ω, as funções d(t) = 5sen16 πt e w(t)=5sen4 πt e foram configuradas com cores azul piscina e verde limão, respectivamente.

Figura 18: Gráfico das função v(t) = 5sen (8πt), d(t) = 5sen (16πt) e W(t) = 5sen (4πt)



Fonte: GeoGebra

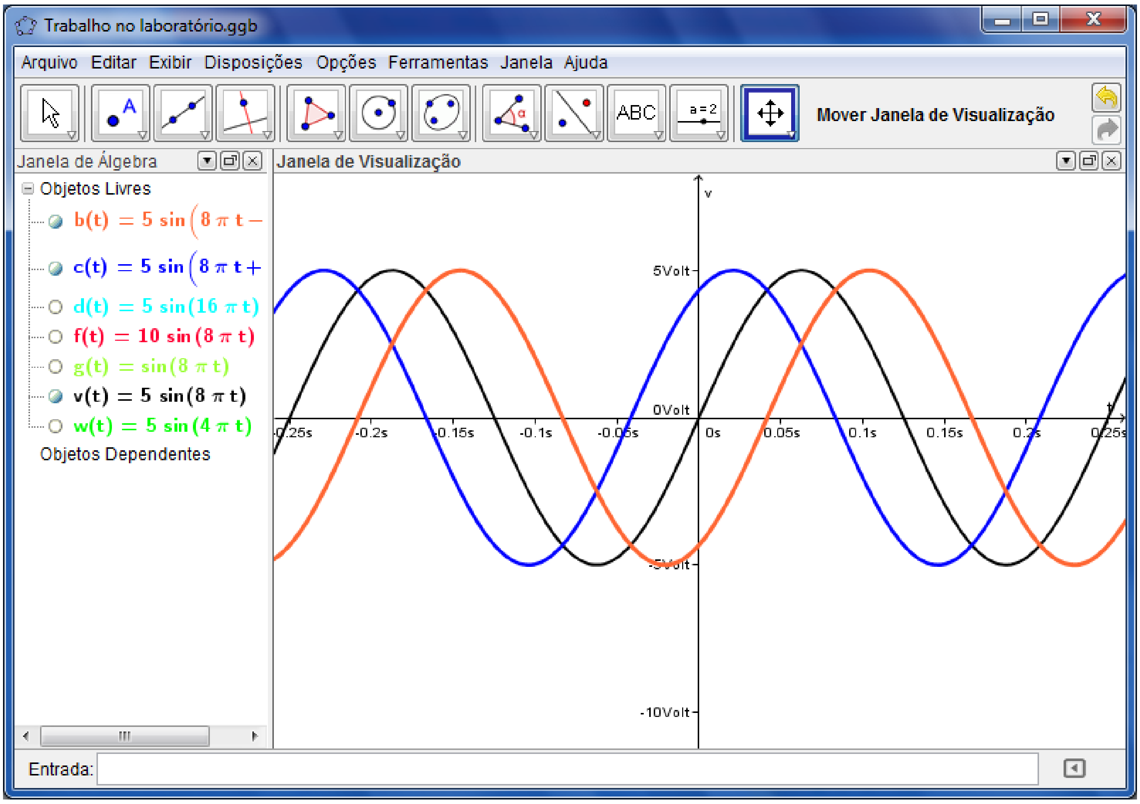
Logo após o aluno respondeu a 2ª pergunta do questionário I.

2) Modificação no parâmetro ω provoca alterações no (a):

( ) Tensão de pico
( ) Tensão de pico a pico
( ) Tensão eficaz
( ) Período
( ) Frequência
( ) Fase inicial

3ª Etapa: Foi mantida a função v(t) e foram ocultadas as funções d(t) e w(t) da zona gráfica do GeoGebra e criadas duas novas funções com alteração do parâmetro θ_0, as funções c(t) = 5sen(8πt + π/3) e b(t)=5sen(8πt – π/3) e foram configuradas com as cores azul e laranja, respectivamente.

Figura 19: Gráfico das função v(t) = 5sen (8πt), c(t) = 5sen (8πt + $\frac{\pi}{3}$) e b(t) = 5sen (8πt – $\frac{\pi}{3}$)



Fonte: GeoGebra

Logo após o aluno respondeu a 3ª pergunta do questionário I.

3) Modificação no parâmetro θ_0 provoca alterações no (a):

( ) Tensão de pico

( ) Tensão de pico a pico

( ) Tensão eficaz

( ) Velocidade angular

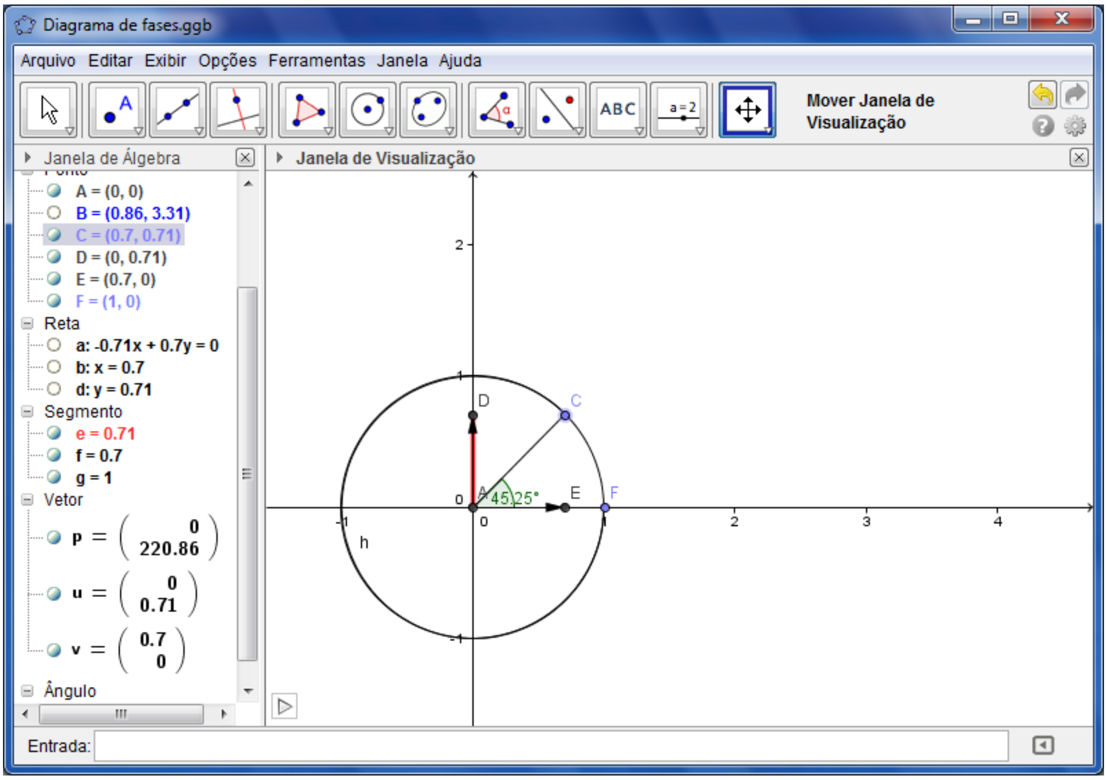
( ) Período

( ) Frequência

3.2 Construção do diagrama de fases (Fasor)

Nessa etapa o aluno construiu o diagrama de fases (fasor) no GeoGebra com base no tutorial que segue em anexo e também na apresentação feita com o projetor de multimídia mostrando cada passo do processo de construção. Foram utilizados alguns conceitos geométricos de: circunferência, ciclo trigonométrico, segmento de reta, reta, reta perpendicular, arco da circunferência, vetor, seno e cosseno do arco, etc. Feito um fasor com módulo unitário igual a 311 que representa a tensão de pico de 311 Volt que é a utilizada aqui no nordeste e em outros estados brasileiros e verificado que o comprimento do vetor com origem no centro da circunferência e extremidade no ponto de interseção da projeção da extremidade do arco com o eixo oy representa o seno do arco dado naquele instante, criou-se uma função potencial (p) com base no produto de 311 pelo seno desse arco. Construído o fasor foi verificado de forma manual alterando a extremidade do arco as alterações provocadas no seno, no vetor e no potencial em cada momento. Logo após fazer essas observações, de forma manual foi aplicado a função animar e percebida a movimentação dos elementos citados.

Figura 20: foto do fasor construído pelos alunos:



Fonte: Primaria

Ao término da 2ª tarefa os alunos responderam os questionários II e III, em anexo C.

4 RESULTADOS DAS PRÁTICA E DISCURSÕES

Esse capitulo destina-se a verificar os resultados das práticas em duas partes: a primeira parte relacionada aos resultados das atividades com base nos questionários aplicados e a segunda a discursões dos resultados obtidos.

Na primeira parte temos os resultados tabulados dos questionários aplicados logo após as práticas. Cada pergunta relacionada a uma prática foi elaborada uma tabela de resultados. Foram três perguntas relacionadas a primeira prática, 4 perguntas relacionadas a segunda prática e três perguntas com as práticas, sua relação de interdisciplinaridade e a aplicação do GeoGebra como ferramenta das práticas.

A segunda parte é feita de comentários com base no resultado dos questionários, nas justificativas dadas pelos alunos (em anexo 03) e em percepções, observações, comentários que surgiram durante a tarefa por parte dos alunos e do docente.

4.1 Resultados

4.1.1 Questionário I – Relacionado a 1ª prática

O questionário I da análise gráfica e algébrica da senoidal é composto de três perguntas relacionadas com as mudanças dos parâmetros v_p, ω e θ_0 e suas influências nas grandezas indicadas como alternativas para cada situação como segue as tabelas abaixo:

Tabela 01: Modificação no parâmetro v_p provoca alterações no(a):

Alternativas	**Certo**	**Errado**
Velocidade angular		
Tensão de pico a pico	35	
Tensão eficaz	33	
Período		
Frequência		

Fase inicial		

Dos 35 alunos que participaram da atividade 33 marcaram totalmente correto e apenas 2 marcaram parcialmente correto, o que mostra um resultado excelente na compreensão das alterações gráficas e matemáticas que o parâmetro v_p provoca.

Tabela 02: Modificação no parâmetro ω provoca alterações no(a):

Alternativas	**Certo**	**Errado**
Tensão de pico		
Tensão de pico a pico		2
Tensão eficaz		
Período	35	
Frequência	35	
Fase inicial		1

A observação do parâmetro foi também excelente, apenas 3 alunos marcaram além das alternativas corretas uma alternativa a mais.

Tabela 03: Modificação no parâmetro θ_0 provoca alterações no(a):

Alternativas	**Certo**	**Errado**
Tensão de pico		
Tensão de pico a pico		
Tensão eficaz		2
Velocidade angular		13
Período		14
Frequência		11

Essa pergunta não oferecia alternativas corretas, ou seja, o aluno não marcaria uma alternativa. O resultado foi que 21 pessoas ou 60% do total fizeram o certo não marcando e 14 pessoas ou 40% do total marcou alguma alternativa, conforme descrito na tabela acima. Das 14 pessoas todas marcaram o item período, então, mesmo tendo verificado errado podemos afirmar que 3 dessas pessoas não percebem nenhuma relação entre período e frequência e 1 não relaciona com velocidade angular.

4.1.2 Questionário II – Relacionado a 2ª prática

O questionário II relacionado da interpretação do fasor construído é composto de 4 perguntas subjetivas, como segue abaixo com suas respectivas respostas:

Tabela 04: Em qual intervalo o potencial elétrico é positivo?

Respostas	Nº de pessoas
1º e 2º quadrantes	25
De 0° a 180°	10

O intervalo que o potencial é positivo varia de $0° < V_p < 180°$. As respostas conforme tabela acima mostra que os alunos ainda não diferenciam intervalos abertos e fechados, aja visto que aquelas que incluíram 0° e 180° não perceberam que estavam incluindo local onde o potencial é nulo.

Tabela 05: Em qual intervalo o potencial elétrico é Negativo?

Respostas	Nº de pessoas
3º e 4º quadrantes	25
De 180° a 360°	10

Da mesma forma que na pergunta anterior aconteceu o mesmo a inclusão de 180° e 360°.

Tabela 06: Em quais locais(ângulos) o potencial é nulo?

Respostas	Nº de pessoas
0°, 180° e 360°	10
0° e 180°	13
180° e 360°	8
90° e 270°	4

Considerando a construção do fasor no GeoGebra o ciclo trigonométrico resume seus valores em ângulos a uma volta só, ou seja, a partir da segunda volta todos os ângulos de 0° a 360° se repete, então, verificamos que a grande maioria respondeu corretamente, apenas 4 pessoas afirmaram que seria em 90° e 270°.

Tabela 07: Em qual ângulo verifica-se o potencial eficaz?

Respostas	Nº de pessoas
Entre 44,5° e 45,5°	30
Entre 46° e 47°	2
Abaixo de 40°	3

A potencia eficaz considerando que a potencia de pico é de 311 Volt é entorno de 220 Volt, isso vai ocorrer em 45°. Considerando as respostas acima, apenas 3 pessoas encontraram esse valor distante de 45°, para valores próximos de 40°, potenciais próximos de 195 volt.

O questionário II mostra também um resultado excelente da 2ª atividade. Verificou-se que parte dos alunos sentem dificuldades de distinguir intervalos abertos e intervalos fechados, que intervalo define o quadrante, para assim, determinar os sinais dos potenciais.

4.1.3 Questionário III: Relacionado à interdisciplinaridade e a ferramenta GeoGebra

O questionário III é formado por 3 perguntas objetivas, seguidas de justificativa, relacionadas com o uso do GeoGebra e as disciplinas envolvidas nessas práticas, o resultado para cada pergunta e suas respostas estão apresentadas nas tabelas:

Tabela 08: Qual o nível de dificuldade do uso do Geogebra?

Respostas	Nº de pessoas
Muito Fácil	5
Fácil	13
Razoavelmente fácil	16
Difícil	-
Muito difícil	1

Considerando que esses alunos não utilizam em seu dia a dia o software, verificamos que a grande maioria encontrou facilidade em utilizar.

Tabela 09: Como você avalia a importância da utilização de software como GeoGebra no ensino?

Respostas	Nº de pessoas
Muito importante	14
Importante	19
Razoavelmente importante	2
Pouco importante	-
Nenhuma importância	-

Conforme resultado, por unanimidade os alunos viram importância no uso de software no ensino.

Tabela 10: Você percebeu a relação entre disciplinas na atividade?

Respostas	Nº de pessoas
Sim	35
Não	-

Tabela 11: Quais as disciplinas?

Respostas	Nº de pessoas
Eletrotécnica, matemática e física.	15
Eletrotécnica e matemática	14
Eletrotécnica e outras	5
Em branco	1

Todos os alunos perceberam a interdisciplinaridade no contexto dessa prática. A grande maioria mencionou as disciplinas matemática, eletrotécnica e física.

4.2 Discursões

No desenvolvimento das atividades práticas com o uso do GeoGebra, as funções trigonométricas e as correntes alternadas, foi possível verificar aspectos comuns as disciplinas de matemática e física e entre elas e eletrotécnica. Com base nas respostas dos questionários, nas justificativas que seguem no anexo D e por frases proferidas pelos alunos, perceberam-se alguns detalhes de cada resposta dada a cada questionário e levanta-se discursões envolvendo as características percebidas pelos discentes que relacionadas com os conteúdos envolvidos podemos ressaltar, fazendo o destaque para cada item respondido.

A primeira observação foi feita por parte dos alunos no decorrer da primeira atividade quando se ouvia comentários de como fica fácil manipular as funções e visualizar seus gráficos com uso do GeoGebra. Foram colocadas como base de comparação as funções $v(t) = 5sen\ (8\pi t)$ e $y = a.sen\ (bx + c)$ para estudo dos parâmetros. Em seguida considerando a primeira etapa da primeira atividade, relacionada a variação do v_p da função $v(t) = 5sen\ (8\pi t)$ e, inseridas as funções $f(t) = 10sen\ (8\pi t)$ e $g(t) = sen\ (8\pi t)$, que diferenciam da função base $v(t)$ pela modificação do valor $v_p = 5$, pelos valores de 10 e 1, respectivamente, nas funções $f(t)$ e $g(t)$. Comparando com a função v segue os seguintes comentários:

- A função $v(t) = 5sen\ (8\pi t)$ é equivale a função y com o parâmetro $c = 0$.
- Na função $f(t)$ o valor de v_p aumentou de 5 para 10, verificou-se que o gráfico da função sofreu uma dilatação vertical.
- A amplitude ou intervalo da imagem aumentou na função $f(t)$.
- Aumentou a tensão pico a pico e a tensão eficaz na função $f(t)$.
- Na função $g(t)$ o valor diminui de 5 para 1, verificou-se que o gráfico da função sofreu uma contração vertical.
- A amplitude ou intervalo da imagem diminui na função $g(t)$.
- Diminui a tensão pico a pico e a tensão eficaz na função $g(t)$.
- Não houve alteração horizontal, ou seja, não aconteceram mudanças no período, frequência, velocidade angular e fase inicial nas funções $f(t)$ e $g(t)$.

Foram utilizados valores em módulo para o parâmetro v_p, o que não torna a análise insignificativa. Caso tivessem sido usados valores negativos, o que aconteceria seria uma simetria em relação ao eixo horizontal ou o mesmo que as tensões nos instantes iniciais são negativas.

A segunda etapa da primeira prática que constou de alteração no parâmetro ω o que provoca de alterações nas grandezas envolvidas, dada a função $v(t) = 5sen(8\pi t)$ e as funções $d(t) = 5sen16\pi t$ e $w(t)=5sen4\pi t$ que conforme expressões verifica-se diferenças das funções apenas no parâmetro citado e verificadas as seguintes observações:

- Na função d(t) o valor de ω aumentou de 8π para 16π, verificou-se que o gráfico da função sofreu uma contração horizontal para um período.
- Houve um aumento da velocidade angular e da frequência e diminuição do período na função d(t).
- Na função w(t) o valor de ω diminuiu de 8π para 4π, verificou-se que o gráfico da função sofreu uma dilatação horizontal.
- Houve uma diminuição da velocidade angular e da frequência e um aumento no período na função w(t).
- Não houve alteração vertical, ou seja, não aconteceram mudanças na tensão de pico, tensão de pico a pico e na tensão eficaz, nas funções d(t) e w(t).

Da mesma forma que o parâmetro v_p o parâmetro ω foram atribuídos apenas valores positivos. Caso tivesse utilizado valores negativos aconteceria uma simetria horizontal ou seria o mesmo que seguir a orientação negativa no ciclo trigonométrico.

A terceira e última pergunta do questionário I, não oferecia resposta correta. O resultado mostrou um percentual de 40% de erros, o maior valor entre as duas práticas. Considerando as percepções com base nos comentários dos alunos durante a prática, foi percebido que para eles teria que existir um daqueles itens como resposta.

O questionário I mostrou um excelente desempenho da 1ª atividade, fazendo-se uma ressalva para análise do parâmetro θ_0, o que mostra que é necessário reforçar as atividades com fases iniciais diferentes, verificar que eles não alteram o período da função e que caso um parâmetro altere o período da função, simultaneamente ira alterar a frequência e a velocidade angular.

A segunda atividade foi a construção do diagrama de fases ou fasor. Essa construção exigiu que o aluno acompanha-se um tutorial e a apresentação feita com o datashow. No desenvolvimento dessa prática apareceram vários conceitos matemáticas, mas em função do nível de concentração exigido para a construção no GeoGebra, no objetivo dessa prática e no tempo disposto e considerando o fasor como um modelo que serve para ser aplicado em diversas situações, apenas alterando alguns valores, tornou-se mais importante a análise do fasor já construído fazendo observações dos seus elementos, variando a posição da extremidade do vetor que define a tensão de pico ou a posição do arco.

Feito o fasor, o aluno respondeu a quatro perguntas subjetivas segundo as tabelas 04, 05, 06 e 07, do item anterior. O resultado foi também muito bom, apenas foi percebido dificuldades na determinação de intervalos, com relação a inclusão ou exclusão das extremidades, por exemplo: na primeira pergunta: Em que intervalo o potencial é nulo? A resposta correta é no 1º e 2º quadrantes ou $0 < v_p < 180°$. Dez pessoas responderam que seria de 0 a 180°. Incluíram 0 e 180° como resposta e nesses locais o potencial é nulo, o mesmo aconteceu para segunda pergunta.

A quarta pergunta desse questionário foi feita com base num conhecimento prévio que praticamente todos os alunos já sabem que quando a tensão de pico é de 311 Volt, sua tensão eficaz é de 220 Volt. Então, 32 dos 35 alunos, conseguiram valores muito próximos de 220 Volt, para ângulos praticamente iguais a 45°. Nenhum aluno questionou porque a tensão eficaz acontece para um ângulo de 45°.

Assim como o questionário I, o questionário II confirmou o êxito da prática, apenas com a ressalva destacada no paragrafo anterior.

O terceiro questionário relacionado ao uso do GeoGebra e a relação de interdisciplinaridade, assim como os outros dois, reafirmou o propósito das práticas através das respostas as perguntas objetivas tabuladas no item anterior e também nas justificativas dadas pelos os alunos no anexo D.

O nível de dificuldade do uso do GeoGebra foi razoavelmente fácil ou fácil, justificado por: Devido a linguagem ser bem prática e entendida facilmente. As opções do menu estão em lugares muito bem posicionados, de fácil localização gerando assim um programa de fácil utilização e fácil de aprender. Não usa nenhum tipo de linguagem complexa, é apenas necessário o seu conhecimento. Montado o projeto, fica bem fácil de saber os valores.

O grau de importância da utilização de software como o GeoGebra é considerado muito importante ou importante, justificado por: Com a utilização do GeoGebra nas aulas fica mais fácil aprendermos o assunto, já que estamos visualizando os gráficos que até mesmo podemos animá-los. Ajuda a entender as funções trigonométricas, os sinais senoidais. É importante, pois podemos ver na prática coisas aprendidas nas matérias de Matemática e Eletrotécnica, que não é possível ver no quadro branco. Pois ajuda os alunos a terem gosto de aprender, pois é um modo mais dinâmico.

Todos os alunos perceberam a relação de interdisciplinaridade na atividade e relacionaram as disciplinas: matemática, física e eletrotécnica.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente capitulo, procederemos as considerações finais obtidas após o desenvolvimento das práticas, seguidos dos resultados analisados a partir dos questionários e em seguida faremos sugestões futuras.

Esse trabalho teve como objetivo relatar uma prática interdisciplinar de matemática e eletrotécnica, com auxilio do software GeoGebra em sinais senoidais de circuitos elétricos de correntes alternadas, com análises gráficas da função $v(t) = v_p.\text{sen}\,(\omega t + \theta_0)$, verificando suas variações com as mudanças dos parâmetros v_p, ω e θ_0 e, também na construção de um fasor que é uma outra forma de representação de sinais senoidais em correntes alternadas.

Na primeira prática de análises gráficas da função $v(t) = v_p.\text{sen}\,(\omega t + \theta_0)$, verificando-se as mudanças nos parâmetros v_p, ω e θ_0, os resultados enfatizaram que os alunos alcançaram os objetivos interpretando os gráficos das funções expostas para análises.

A segunda prática, assim como a primeira também foi obtido resultado positivo, inclusive foi notado pelos alunos alguns conceitos matemáticos no desenvolvimento da montagem do fasor.

Nas justificativas do questionário III do anexo x, relata que o aluno encontrou facilidade na utilização do software GeoGebra, que ele acha importante a utilização de software no ensino e que foi percebida a relação de interdisciplinaridade e observado que o GeoGebra é apenas uma ferramenta no processo.

Tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Esse trabalho serviu para mostrar que além do papel formativo, o papel instrumental da trigonometria é importante para adequação do ensino.

Para Giovanni et al (2006), Conseguir uma situação de equilíbrio entre as necessidades práticas a ultrapassagem da experiência concreta, tanto no que se refere ás ferramentas conceituais quanto às concepções, é a maior e mais difícil tarefa do professor de Matemática.

Na abordagem dos conteúdos relacionados e na prática, foi verificado uma desconexão, no que se refere a obtenção da tensão eficaz, já relatadas pelos professores de eletrotécnica do IFRN/Mossoró , com a utilização do conceito de integração e regras de integração dado por: $F = \left[\frac{1}{T}.\int_0^T f^2\,(t).dt\right]^{\frac{1}{2}}$, onde F é o valor eficaz e f(t) é a função $v(t) = v_p.\text{sen}\,(\omega t + \Theta_0)$ que é integrada no domínio angular $v(\theta) = v_p.\text{sen}\,\theta$, de 0 a 2π, obtendo o valor $v_{rms} = 0{,}707.v_p.$ Essa demonstração é dada nos livros técnicos de circuitos elétricos de corrente alternada, que são utilizados nos cursos de engenharia e técnicos.

No que se refere a grade curricular do curso técnico integrado em eletrotécnica do IFRN, não consta o conteúdo integral. Dessa forma, tal obtenção não é compreendida e sim aceita como uma receita, uma forma hermenêutica.

Como sugestão para que não aconteça essa desconexão, com a utilização de conteúdos apenas do ensino médio de matemática é possível obter esse mesmo valor, fazendo algumas adaptações de conteúdos dentro da grade curricular, sem prejuízos na abordagem, utilizando conceitos de média quadrática, propriedade dos arcos complementares para seno e cosseno e, a 1ª relação fundamental da trigonometria. Com relação ao conteúdo **médias** não há prejuízo em adaptar ao programa e ser colocado logo no início do segundo ano do ensino médio ou em outro momento, pois sua contextualização se adapta a varias situações.

Assim com base no exposto temos que:

$\text{sen}\,x = \cos\,(90^o - x)$ e que $\text{sen}^2\,x + \cos^2\,x = 1$.

A média quadrática dos números $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ é dada por

$q = \sqrt{\frac{x_1{}^2 + x_2{}^2 + \cdots + x_n{}^2}{n}}$ e sabendo que a média quadrática de dois números $x_1 = x_2 = n$ é também igual a n.

Observando que o valor eficaz é obtido pela média quadrática dos valores de sen θ, já que v_p é constante e que em módulo, os valores da função seno, de 0 a 90° irão se repetir a partir do segundo quadrante, então, é suficiente calcular apenas nesse intervalo, dessa forma temos:

$\text{sen}^2\,0 + \text{sen}^2\,1° + \text{sen}^2\,2° + ...+ \text{sen}^2\,89° + \text{sen}^2\,89° + \text{sen}^2\,90°$, calculando a média quadrática dos noventa valores de seno ao quadrado com exceção do valor de 45º, chamando $x_1 = \text{sen}^2 0 + \text{sen}^2\,90$, $x_2 = \text{sen}^2\,1^o + \text{sen}^2\,89°$, ..., $x_{45} = \text{sen}^2 44° + \text{sen}^2 46°$, aplicando a fórmula:

q = $\sqrt{\frac{{x_1}^2 + {x_2}^2 + \cdots + {x_n}^2}{n}}$ $\Rightarrow$ q = $\sqrt{\frac{1+1+\cdots+1}{90}}$ $\Rightarrow$ q = $\sqrt{\frac{45}{90}}$ $\Rightarrow$ q = $\sqrt{\frac{1}{2}}$ $\Rightarrow$ q = $\frac{\sqrt{2}}{2}$, esse valor é igual ao sen 45°, propriedade das médias, o valor da média quadrática é o mesmo, assim o valor do potencial eficaz F = V_P. sen 45°.

Considerando a sugestão dada, é preciso salientar que essas adaptações só podem ser feitas com a participação dos grupos de professores de matemática e eletrotécnica, a já visto, a interdisciplinaridade envolvida.

O principal ponto que podemos enfatizar é a participação dos alunos nas práticas elaboradas, seu envolvimento, interesse que ratificou com as respostas dos questionários e suas justificativas.

≅

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Rômulo Oliveira. **Análise de circuitos em corrente alternada.** 2ª edição São Paulo: Editora Érica 2007.

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a matemática.** 1ª Edição. Volume 2. São Paulo: Editora Moderna, 2010.

BRASIL, **Orientações Curriculares Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretária da Educação Básica, 2006. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02internet.pdf. Acesso em 22 de fevereiro de 2013.

BRASIL, **Orientações Curriculares para o Ensino Médio.** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretária da Educação Básica, 2008. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02internet.pdf. Acesso em 22 de fevereiro de 2013.

BRASIL, Projeto Pedagógico do curso Superior de Licenciatura Plena em Matemática**.** Brasilia: Ministério da Educação, 2009. Disponível em: http://portal.ifrn.edu.br/ensino/cursos/cursos-de-graduacao/licenciatura/licenciatura-plena-em-matematica/view.

FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mirian Buss. **Cálculo A: funções, limite, derivação e integração** 6ª Edição. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **Matemática Fundamental Para o Ensino Médio, Guia Pedagógica.** Edição não consumível. Volume único. São Paulo: Editora FTD 2002.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar.** 7ª Edição São Paulo: Editora Atual 1993.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A matemática do Ensino Médio.** 9ª Edição. Volume 1. Rio de Janeiro: Editora SBM, 2006.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. **A matemática do Ensino Médio.** 9ª Edição. Volume 2. Rio de Janeiro: Editora SBM, 2006.

LUZ, Antônio Máximo Ribeiro da; ALVARES, Beatriz Alvarenga. **Física ensino médio.** 1ª edição. Volume 3. São Paulo: Editora Scipione, 2008.

http://portal.ifrn.edu.br/ensino/cursos/cursos-de-graduacao/licenciatura/licenciatura-plena-em-matematica/view

ANEXOS

ANEXO A: Configuração do ambiente gráfico para a 1ª prática análises gráficas da variação dos parâmetros função v_p, ω e Θ_0 da função $v(t) = v_p.sen(\omega t + \Theta_0)$

1) Clique com o botão direito do mouse na zona gráfica, abrindo a caixa de dialogo, clique em visualização. Aguarde um pouco.
2) Aberta a janela de visualização clique seguindo a ordem:

   1º - Básico: em dimensões digite:

   x min: **- 0.4** x máx: **0.4**

   y min: **- 15** y máx: **15**

   2º - Eixo x: Verifique se já está selecionado:

   - ✓ Exibir eixo x
   - ✓ Exibir números
   - ✓ Distância

     Digite em:
   - ✓ Distância: **0.05**
   - ✓ Rótulo: t Unidade: **s**

   3º - Eixo y**:** Verifique se já está selecionado:
   - ✓ Exibir eixo y
   - ✓ Exibir números
   - ✓ Distância

     Digite em:
   - ✓ Distância: **5**
   - ✓ Rótulo: **V** Unidade: **Volt**

Feito esses passos clique na janela de visualização em gravar configurações e depois fechar. O ambiente gráfico já está configurado.

ANEXO B: Tutorial para a prática, estudo dos parâmetros da função $v(t) = v_p.sen\ (\omega t + \Theta_0)$

Digite no campo de **entrada** a função base: v(t) = 5*sin((8π)t) e dê enter.

I – Mudanças no parâmetro v_p

- ✓ Digite em **entrada** a função f(t) = 10*sin((8π)t) e dê enter. Clique o botão direito do mouse sobre o gráfico da função f(t), escolha “propriedades” cor vermelha, em seguida clique em “estilo” e aumentar a espessura da linha.
- ✓ Agora, digite no campo de **entrada** uma nova função g(t) = sin((8π)t) e dê enter. Clique o botão direito do mouse sobre o gráfico da função g(t), escolha “propriedades” cor verde, em seguida clique em “estilo” e aumentar a espessura da linha.

Obs: Antes de estudar o parâmetro ω, clique com o botão esquerdo do mouse na bola esquerda das funções f(t) e g(t), para esconder objetos. Novamente temos apenas a função base v(t) = 5*sin((8π)t) na zona gráfica.

II – Mudanças no parâmetro ω

- ✓ Digite em **entrada** a função d(t) = 5*sin((16π)t) e dê enter. Clique o botão direito do mouse sobre o gráfico da função d(t), escolha “propriedades” cor azul piscina, em seguida clique em “estilo” e aumentar a espessura da linha.
- ✓ Agora, digite no campo de **entrada** uma nova função w(t) = 5*sin((4π)t) e dê enter. Clique o botão direito do mouse sobre o gráfico da função w(t), escolha “propriedades” cor verde limão, em seguida clique em “estilo” e aumentar a espessura da linha.

Obs: Antes de estudar o parâmetro Θ_0, clique com o botão esquerdo do mouse na bola esquerda das funções d(t) e w(t), para esconder objetos. Novamente temos apenas a função base v(t) = 5*sin((8π)t) na zona gráfica.

III – Mudanças no parâmetro Θ_0

- ✓ Digite em **entrada** a função c(t) = 5*sin(8πt + $\frac{\pi}{3}$) e dê enter. Clique o botão direito do mouse sobre o gráfico da função c(t), escolha “propriedades” cor azul, em seguida clique em “estilo” e aumentar a espessura da linha.
- ✓ Agora, digite no campo de **entrada** uma nova função b(t) = 5*sin(8πt – $\frac{\pi}{3}$) e dê enter. Clique o botão direito do mouse sobre o gráfico da função w(t), escolha “propriedades” cor laranja, em seguida clique em “estilo” e aumentar a espessura da linha.

ANEXO C: Questionário II – Relacionado com observações no fasor construído e Questionário III – Relacionado com as práticas e o uso do GeoGebra.

Questionário II – Relacionado com observações no fasor construído

Considerando construído o diagrama de fases (fasor), responda:

1) Em qual intervalo o potencial elétrico é positivo?
2) Em qual intervalo o potencial elétrico é positivo?
3) Em quais locais (ângulos) o potencial é nulo?
4) Em qual ângulo verifica-se o potencial eficaz?

Questionário III – Relacionado com as práticas e o uso do GeoGebra

1) Qual o nível de dificuldade do GeoGebra?
   a) Muito fácil
   b) Fácil
   c) Razoavelmente fácil
   d) Difícil
   e) Muito difícil

Justifique:

____

2) Como você avalia a importância da utilização de software como GeoGebra no ensino?
   a) Muito importante
   b) Importante
   c) Razoavelmente importante
   d) Pouco importante
   e) Nenhuma importância

Justifique:____

3) Você percebeu a relação entre disciplinas na atividade?
   (   ) Sim
   (   ) Não
   Se respondeu sim. Quais as disciplinas?

ANEXO D: Tutorial para a 2ª prática “construção do fasor” no GeoGebra

1) Clicar no sexto ícone e escolher “ circulo dados centro e raio. Clicar no cnetro do plano do plano cartesiano e clicar em raio igual a 1;
2) Clicar no terceiro ícone e escolher “reta definidas por dois pontos”. Clicar no centro e na circunferência;
3) Clicar no oitavo ícone “ângulo”. Clicar no eixo x e na reta;
4) Clicar no quarto ícone e escolher “reta perpendicular”. Clicar no eixo x e no ponto de interseção com a circunferência. Clicar no eixo y e no ponto de interseção com a circunferência;
5) Clicar no segundo ícone e escolher “interseção de dois objetos”. Clicar nos eixos e nas retas que foram criadas;
6) Clicar no terceiro ícone e escolher “vetor definido por dois pontos”. Clicar no centro da circunferência e no ponto de interseção da perpendicular com o eixo y. Clicar. Clicar no centro da circunferência e no ponto de interseção da perpendicular com o eixo x;
7) Clicar no terceiro ícone e escolher “segmento definido por dois pontos”. Clicar no centro e no ponto de interseção com a circunferência. Clicar no ponto de interseção da perpendicular com o eixo x e no ponto de interseção com a circunferência. Clicar no ponto de interseção da perpendicular com o eixo y e no ponto de interseção com a circunferência;
8) Clicar no décimo segundo ícone e escolher “exibir/esconder objeto”. Clicar em todas as retas. Clicar no primeiro ícone;
9) Clicar no sexto ícone e escolher “arco circular dados centro e dois pontos”. Clicar no centro e nos dois pontos que determinam o arco;
10) Clicar no vetor do eixo y com o lado direito do mouse. Propriedades. Cor (vermelho). Estilo (aumentar a espessura da linha);
11) Criar a função p = 5*e no campo de entrada (obs: e é igual ao seno do arco FC);
12) Para determinar o valor do potencial em cada momento, clicar com o lado direito do mouse sobre a extremidade do arco e verificar o valor de p na janela de álgebra;

13) Clicar com o lado direito do mouse sobre a extremidade do arco. Clicar em animar.

ANEXO E: Justificativas do questionário III

1) Justificativas sobre qual o nível de dificuldade do uso do GeoGebra.

Muito fácil:

01– Devido a linguagem ser bem prática e entendida facilmente.

02- Montando o projeto, fica bem fácil de saber os valores.

03-Não foi difícil de entender os comandos.

04- Muito simples e de fácil aprendizagem.

05- É um programa muito fácil de manuseá-lo, assim fica mais fácil de compreender.

Fácil:

01- É simples e prático.

02- O simples designer torna a utilização fácil.

03- Se dermos necessária atenção ao professor, se aprendermos, torna-se absolutamente fácil.

04- Porque é um programa de fácil acesso.

05- Não usa nenhum tipo de linguagem complexa, é apenas necessário o seu conhecimento.

06- Ele é muito específico, facilitando o entendimento das funções.

07- Para quem tem conhecimentos básicos em matemática se torna mais prático.

08- Porque o programa tem suas opções que ajudam o utilizar.

09- O uso da ferramenta é de fácil aprendizado, além de ter boa linguagem.

10- A sua utilização é prática e fácil, e é bem explicado.

11- As opções do menu estão em lugares muito bem posicionados, de fácil localização gerando assim um programa de fácil utilização e fácil de se aprender.

Razoavelmente fácil:

01- É necessário possuir conhecimento em determinadas áreas, portanto, não é qualquer um que vai saber mexer.

02- Alguns comandos são razoavelmente fáceis.

03- Pois apresenta níveis de informações (atalhos, ferramentas) bastante claros e específicos.

04- De fácil uso, pois facilita o entendimento em ângulos, períodos, frequência, imagem, amplitude...

05- O GeoGebra é de fácil utilização mas requer de um certo nível de conhecimento para uma boa utilização do programa.

06- Considero razoavelmente fácil, pois existem muitos comandos e há certa dificuldade na sua aplicação, tendo que seguir certos passos.

07- O software nos dá as opções para construir o gráfico de maneira que a pessoa estiver interessada.

08- Não é todo mundo que consegue utilizar o programa, é necessário receber instruções.

09- Porque com o nome dos ícones, já é possível descobrir suas respectivas funções.

10- Alguns comandos são mais complicados para se executar.

11- Diante do assunto e de alguns comandos não foi de fácil entendimento.

12- Porque é de fácil compreensão dos alunos.

13- Pois é fácil de identificar os ícones e movimentá-los.

Muito difícil:

01- Me confundo bastante com coisas desse tipo.

2) Justificativas sobre a importância do uso de software como o GeoGebra no ensino.

Muito importante:

01- Com a utilização do GeoGebra nas aulas fica mais fácil aprendermos o assunto, já que estamos visualizando os gráficos que até mesmo podemos animá-los.

02- É importante para vermos com mais clareza o que acontece na geometria, como funções seno, cosseno, tangente, etc.

03- Acho que ajuda no aprendizado.

04- Calcular é bom, porém visualizar o cálculo é ótimo, sem falar do bom complemento que é.

05- Pois através dele aprendemos mais.

06- Ela aprofunda o nosso conhecimento: torna visível e impressionante o que só sabíamos através de pequenos conceitos.

07- Ajuda de prática no ensino do assunto dado na sala de aula.

08- Pois, analisando o comportamento do gráfico fica mais fácil entendimento.

09- Com o GeoGebra é fácil visualizar as fórmulas usadas e as aplicações gráficas.

10- Facilita o aprendizado do aluno.

11- É importante, pois facilita o aprendizado do aluno.

12- Pois ajuda os alunos a terem gosto de aprender, pois é um modo mais dinâmico.

13- Pois ele mostra na prática algumas coisas que na teoria seria difícil de se mostrar e aprender.

Importante:

01- É importante para vermos o que acontece de verdade.

02- Porque passa ao aluno uma visão mais real da geometria, tornando dinâmica a aula e melhor a sua aprendizagem.

03- Pois, auxilia o aluno a compreender a matéria de forma mais fácil e dinâmica.

04- Pois é mais fácil o entendimento com a prática.

05- Esclarece muitas dúvidas que temos em matemática, pois aplicamos na prática.

06- Pois ajuda os alunos com as dúvidas de outras disciplinas.

07- Pois ajuda o aluno a aprender o assunto.

08- Trabalho com gráficos de funções senoidais. Importante para matemática e para eletrotécnica.

09- Porque é um meio dinâmico de se aprender.

10- Ajuda a entender as funções trigonométricas, os sinais senoidais.

11- É importante, pois auxilia muito na compreensão de gráficos e demais funções muito importantes, as quais muitas pessoas tem dúvidas.

12- É importante pois podemos ver na prática coisas aprendidas nas matérias de matemática e eletrotécnica, que não é possível ver com o “quadro branco”.

13- Pois ajudará bastante o entendimento dos alunos.

14- Pois permite uma visualização prática e dinâmica dos resultados teóricos (cálculo). Permite uma transposição das ideias para o “papel” (tela) de modo a criar uma forma visível dos cálculos.

15- Pois serviria de bastante ajuda na compreensão e também é um método descontraído, e, ao mesmo tempo de ajuda.

16- Pois além de ser um método descontraído de aprender, ajuda muito a fixar o conteúdo.

17- Ajuda bastante pela sua forma precisa e simples, porém também tem de se estudar manualmente.

Razoavelmente importante:

01- Ele ajuda o aluno a entender melhor na prática, coisas que na teoria seriam de difícil entendimento, porém não chega a ser algo crucial para o ensino.

02- Não vejo aplicabilidade nisso na minha vida, porém facilita o aprendizado em matérias técnicas como eletrotécnica.