UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO SEMI-ÁRIDO
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

FELLIPE NERI DE OLIVEIRA ARRAIS

A CONTRIBUIÇÃO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: *O despertar do aprendente para a economia doméstica.*

MOSSORÓ/RN
2013

FELLIPE NERI DE OLIVEIRA ARRAIS

A CONTRIBUIÇÃO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: *O despertar do aprendente para a economia doméstica.*

Dissertação apresentada a Universidade Federal Rural do Semiárido - UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador:
Prof. Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia - UFERSA

Este trabalho contou com o apoio financeiro da CAPES

A773c Arrais, Fellipe Neri de Oliveira.
A contribuição da matemática financeira no ensino médio: o despertar do aprendente para a economia doméstica / Fellipe Neri de Oliveira Arrais. - 2013.
63 f.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural do Semiárido - UFERSA - Campus Mossoró, 2013.

Orientador(a): Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia.
1. Matemática financeira. 2. Ensino médio. 3. Economia doméstica. I. Gomes, Antonio Ronaldo. II. Título.

CDU: 51:336.76

FELLIPE NERI DE OLIVEIRA ARRAIS

A CONTRIBUIÇÃO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NO ENSINO MÉDIO: *O despertar do aprendente para a economia doméstica.*

Dissertação apresentada à Universidade Federal Rural do Semiárido - UFERSA, campus Mossoró para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Aprovado em: / /

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia - UFERSA
Presidente

Prof. Dr. Odacir Almeida Neves - UFERSA
Primeiro Membro

Prof. Dr. Idalmir de Souza Queiroz Junior - UFERSA
Segundo Membro

Dedicatória

A minha esposa Marília Guedes da Silveira Arrais, por ter me incentivado a trilhar este caminho, ao mesmo tempo em que foi o meu porto seguro nos momentos de aflições, angústias e dúvidas.

Ao meu professor e orientador Antonio Ronaldo pela valiosa contribuição dada a este trabalho.

Agradecimentos

Aos meus pais, Francisco Custódio Arrais e Antônia Altair de Oliveira Arrais, pelo amor, carinho e dedicação para a minha vida pessoal e acadêmica e que me ajudaram a superar todos os obstáculos.

A minha esposa Marília Arrais pela paciência e compreensão.

Ao coordenador do curso PROFMAT - UFERSA, Prof. Dr. Antonio Ronaldo Gomes Garcia, pelo apoio e incentivo; por não medir esforços para que seus alunos pudessem alcançar o sucesso.

“ Purifica o teu coração antes que permitas que o amor entre nele, pois até o amor mais doce azeda num recipiente sujo.”

Pitágoras

Resumo

Este trabalho aborda uma análise da Matemática Financeira no ensino médio e sua contribuição para despertar no aprendente a conscientização para lidar com finanças domésticas. Para tanto foi proposta atividades que contemplam finanças domésticas, que podem ser trabalhadas em sala de aula e aplicadas no âmbito pessoal do aluno. A metodologia utilizada tem como base uma pesquisa exploratória, qualitativa, com fins de aplicação através de meios teórico-bibliográficos, de observação, análise crítica e proposta de ações educacionais pontuais para atender a finalidade da pesquisa. A observação se deu nas salas de aulas do ensino médio em que o pesquisador leciona matemática, não planejada, mas com percepções sobre as dificuldades dos aprendentes na lida com o dinheiro, em que convicções de uma abordagem com essa finalidade foi sendo construída, culminando em construção de cinco atividades que contemplassem a Matemática Financeira no universo doméstico do aluno, alicerçadas em situações reais dos aprendentes. Como resultados, as atividades propostas e fundamentadas em exemplos de conteúdos da matemática problematizaram questões financeiras do espaço familiar, com levantes de pagamentos, compras, uso do cartão de crédito, planilha de custos e financiamentos, e mostraram-se essenciais para que os jovens em processo de formação intelectual possam lidar sabiamente com o dinheiro, através das potencialidades individuais e conhecimentos matemáticos apreendidos na academia. As reflexões finais reafirmam que a matemática deve promover o preparo do aprendente para a vida financeira, com base em uma educação do ensino médio que realmente favoreça essa condição. Como contribuições, a pesquisa deixa compreensões, lições e desafios, para a academia, aprendentes e pesquisador, como um estudo pontual para novas abordagens, com lições conscientizadoras da importância da educação financeira no ambiente doméstico e com desafios para desenvolvimento de práticas educadoras contribuidoras para o ensino de matemática financeira no ensino matemática financeira, capaz de efetivamente despertar no aprendente a sabedoria para melhor viver com o dinheiro e consigo.

Palavras-chave: Matemática financeira. Ensino médio. Economia doméstica.

Abstract

The study aims to analyze the teaching of financial mathematics in high school and their contribution to raise awareness in the learner to handle household finances. We propose activities that include household finances that can be worked in the classroom and applied within the student's personal. For this we used a methodology based on an exploratory, qualitative, with enforcement purposes, by means of theoretical and bibliographical, observation, critical analysis and proposed actions to meet specific educational purpose of the research.The observation took place in the classrooms of the school where the researcher teaches math, unplanned, but with perceptions about the difficulties of learners in dealing with money, in an approach that convictions for this purpose was being built, culminating in construction of five activities that addressed the Financial Mathematics at the home student, grounded in real situations of learners.As a result, the activities proposed and supported by examples of math content problematized financial matters of family environment, with uprisings payments, purchases, using a credit card, sheet and financing costs, which are essential to show that young people in the process intellectual training to deal wisely with the money, through individual potential and mathematical skills learned in the academy.Reflections reaffirm that mathematics should promote prepare the learner for life financially, based on a high school education that really favors this condition.As contributions, research leaves insights, lessons and challenges for academy, researchers and learners, as a study point to new approaches, lessons about the importance of financial education at home environment and challenges to practice development for educators contributors financial mathematics teaching in high school, able to effectively arouse the learner wisdom to better live with the money and himself.

Keywords: Financial mathematics. High school. Home economy.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Introdução

A Matemática Financeira tem diferentes aplicações e estudá-la proporciona conhecimentos que podem ser utilizados na vida em sociedade.

Como condição básica para aprendizagem do trato com as finanças, a educação financeira trabalhada em sala de aula tem possibilidade de contribuir substancialmente para uma formação humana em suas relações com o dinheiro.

Neste contexto, abordar as questões financeiras no ensino médio é propício por ser um nível educacional em que o preparo do indivíduo requer aquisição de saberes para estruturar a profissão, identidade e autonomia. Portanto, aprender a administrar a vida econômica é uma oportunidade construtiva de aprendizagem, com serventia para o presente e futuro, para a vida pessoal e profissional.

Sobre essa importância, Medeiros-Júnior (19) fundamenta que a Matemática Financeira possui diversas aplicações na economia e muitas dessas aplicações se dão no contexto do cotidiano, seja no uso de pouco ou muito dinheiro. O certo é que, em todas as situações, a utilização das finanças com sabedoria é determinante para a saúde financeira de empresas e pessoas.

É necessário atentar para práticas de compra e venda, preços e investimentos que envolvem riscos e que geram ganhos ou perdas de dinheiro, incerteza do mercado que exige pesquisas prévias, análise da real necessidade de adquirir bens ou serviços e oportunidades que podem favorecer rentabilidade das finanças. Esses aspectos são mensurados e estudados na Matemática Financeira.

Oliveira (22) assinala que a aprendizagem da Matemática Financeira não aborda somente conteúdos conceituais e sistematização de exercício, cálculos corretos ou fluxos de caixa. A aprendizagem da Matemática Financeira permite compreensões sobre cálculos salariais, de aluguéis, de mercadorias, como fazer financiamentos, empréstimos e calcular contas pessoais, de energia, cartão de crédito, água, dentre outros. É sob essa ótica que o educador deve desenvolver o processo educativo, relacionando abordagens de conteúdos financeiros com o contexto pessoal e social do aluno.

É neste contexto, que o estudo busca refletir sobre os conhecimentos da matemática financeira em suas aplicações no contexto doméstico do aluno de ensino médio.

OBJETIVOS

Objetivo Geral

Analisar o ensino de Matemática Financeira no ensino médio e sua contribuição para despertar no aprendente a conscientização para lidar com finanças domésticas.

Objetivos Específicos

- Propor atividades que contemplem finanças domésticas para desenvolvimento em salas de aulas do ensino médio, do Campus IFRN - Macau, com vistas à aplicação no âmbito pessoal dos alunos;
- Discutir planejamento de finanças e economia no âmbito doméstico;
- Apontar sobre as melhores formas de financiamentos e pagamentos;
- Propor a criação de um projeto de extensão que possibilite aos alunos vivenciarem o trato com as finanças domésticas.

Justificativa

Justificadamente, o estudo é pertinente porque a formação educacional possibilita uma aprendizagem em Matemática Financeira que muitas vezes não ultrapassa os muros da escola e contextualizar o ensino com a realidade de vida do aluno é importante para uma formação matemática com foco no exercício da cidadania.

Como apontam Savoia, Saito e Santana (27), a principal dificuldade do indivíduo é planejar adequadamente suas finanças em longo prazo, e inserir a educação financeira é fundamental na sociedade brasileira contemporânea, visto que influencia diretamente as decisões econômicas dos indivíduos e das famílias.

Outra justificativa se sustenta na experiência docente do pesquisador, que, em sua prática pedagógica, lida diariamente com alunos do ensino médio, em suas carências de saberes sobre finanças próprias e de como agir com ganhos e rendimentos.

A intenção do professor-pesquisador é de formar indivíduos sabedores da importância da economia e do investimento financeiro para melhor viver, em uma sociedade de hábitos consumistas.

Estrutura do estudo

Em sua sistematização, a dissertação assenta-se em seis capítulos: o primeiro trata do conteúdo introdutório, o segundo faz a revisão e literatura, o terceiro aborda a Matemática Financeira no ensino médio, o quarto apresenta a metodologia, o quinto aborda a Matemática Financeira no campo doméstico e o sexto reflete as considerações finais.

O segundo capítulo faz abordagens conceituais e históricas da matemática, aponta as aplicabilidades da matemática financeira e sinaliza a importância da educação financeira no espaço doméstico.

O terceiro capítulo trata da matemática financeira no ensino médio, assinalando termos conceituais fundamentais da disciplina, definições e exemplos de capitalização composta, anuidades, depreciação e amortização e empréstimos.

O quarto capítulo traça o caminho metodológico, que foi estruturado em uma pesquisa exploratória, qualitativa, com fins de aplicação, através de meios teórico-bibliográficos, de observação e análise crítica, com proposta de ações educacionais pontuais para atender a finalidade da pesquisa.

O capítulo quinto alicerça as atividades propostas para serem aplicadas no cotidiano dos aprendente, com exemplos práticos abordados, discutidos e refletidos à luz do pesquisador e de teóricos que se debruçaram sobre o tema.

As considerações finais fazem um apanhado de todo o percurso dissertativo, mostrando o alcance dos objetivos, contribuições e relevância da pesquisa.

Capítulo 1

Revisão de Literatura

A revisão literária compreende teorias que sustentam o estudo desenvolvido, com base em investigações pontuais sobre o tema abordado.

Para este estudo foi realizada uma busca ampla em diferentes literaturas com o intuito de contemplar dados que atendam ao objetivo proposto.

Estas abordagens certamente estruturam a dissertação, com conteúdos autorais que problematizam, discutem e refletem sobre a Matemática Financeira, em seus preceitos, aplicações e utilização na vivência humana familiar.

1.1 Matemática Financeira

A Matemática Financeira é a parte da matemática ligada a aplicações, e para o aprendente é de grande importância os conhecimentos adquiridos em relação aos seus conceitos, demonstrações e estruturações.

Sobre esses conhecimentos necessários, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN's (ver BRASIL (4)) para matemática propõem investigar, compreender e contextualizar problemas, levantar hipóteses, relacionar a disciplina a fatos conhecidos, desenvolver e utilizar a matemática na interpretação e intervenção da realidade e aplicar a matemática em situações reais. Essas condições possibilitam a matemática ser aprendida na concretude e inserida na experiência humana do dia a dia.

Em específico sobre a Matemática Financeira, o BRASIL (5) aponta que os conteúdos dos números e operações devem proporcionar aos alunos situações que os capacitem a solucionar problemas do dia a dia, como operações com porcentagens, possibilidades de leituras de faturas de contas de consumo de água, luz e telefone; interpretação de informação dada em artefatos tecnológicos (termômetro, relógio, velocímetro).

O BRASIL ((5), p. 71) fundamenta principalmente que:

> O trabalho com esse bloco de conteúdos deve tornar o aluno, ao final do ensino médio, capaz de decidir sobre as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; conferir se estão corretas informações em embalagens de produtos quanto ao volume; calcular impostos e contribuições previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários.

Como se verifica, o BRASIL preceituam a importância da Matemática Financeira no preparo e formação dos alunos do ensino médio para ação na sociedade e intervenção em sua realidade. Inscreve a essencialidade de desenvolver conteúdos que considerem as situações diárias dos aprendentes como alicerce para a aprendizagem em matemática, consolidando-as a partir dos contextos experienciais dos alunos.

Neste sentido, as considerações teóricas, aqui fundamentadas, tratam da Matemática Financeira em sua abordagem conceitual e histórica, das possibilidades de aplicação da Matemática Financeira e de sua importância no ambiente doméstico do aluno.

1.1.1 Abordagem conceitual e histórica da Matemática Financeira

A ciência matemática se constitui ao longo do tempo de esforços e desafios em busca do conhecimento dos números, desde os primórdios até os dias atuais a Matemática Financeira, como parte inerente da principal, também faz parte dessa trajetória.

Não há como negar a importância da Matemática Financeira para a vida humana, haja vista a possibilidade de oferecer ao indivíduo aprendizagens para uma formação crítica, com aquisição de conhecimentos que podem ser aplicados nas diferentes relações comerciais em sociedade.

Como bem afirma Lima ((16), p. 1), “os conhecimentos da Matemática Financeira são fundamentais na formação do cidadão crítico, consciente de seus direitos e deveres”.

Com a intenção de compreender como a Matemática Financeira se desenvolveu, é pertinente traçar seu percurso histórico e conceitual, com reflexões sobre seu processo evolutivo.

Na concepção de Novaes (21), a Matemática Financeira tem seus registros nas primeiras civilizações, que a utilizaram para a cobrança de empréstimos, com os juros sendo cobrados através de bens, grãos e sementes.

Para Shimiguel e Rosetti- Júnior (30), a Matemática Financeira tem sua origem relacionada com a origem do dinheiro e seus desdobramentos. Nos tempos primitivos, não havia moeda, pois a prática utilizada era do escambo com troca de mercadoria por mercadoria. Algumas mercadorias pela sua utilização passaram a ser mais solicitadas e, portanto, tinham o valor de moeda.

Neste contexto, com o crescimento das comunidades e o desenvolvimento do artesanato e cultura, começaram as dificuldades no processo de trocas, por não existir uma forma comum de medir o valor dos produtos a serem trocados. Foi criado, então, o sistema estável de equivalência chamado moeda-mercadoria (29).

No século VII, a. C., a partir da descoberta do metal, surgiram as primeiras moedas, cujo valor era representado pelo metal nelas contido - a moeda de ouro sempre a de maior valor e as de prata e cobre de valores menores. Até o século passado, essa forma monetária prevaleceu, até ser sistematicamente substituída pelo cuproníquel[1] e por moedas metálicas com valor gravado em sua face (10).

Para Schneider ((29), p. 26):

> A moeda de troca, no sentido moderno do termo, começou a ser realizada quando o metal passou a ser fundido em pequenos lingotes ou peças, que eram facilmente manejáveis, de peso igual e selados com a marca oficial de uma autoridade pública, a única que podia certificar o bom preço e o bom quilate. A invenção desse sistema ideal de troca comercial, [...] foi atribuída à Grécia da Ásia (ou Ásia Menor) e à Lídia, no século VII antes da era cristã. Em razão das múltiplas vantagens que comportava, seu uso teria se espalhado rapidamente pela Grécia, Fenícia, Roma e entre inúmeros outros povos.

A relação direta entre o dinheiro e a Matemática Financeira se deu com a descoberta da América, que impulsionou o aumento da comercialização marítima na Europa Ocidental, com diferentes países realizando transações comerciais e criando uma nova atividade, o comércio do dinheiro, na época, moeda de ouro e prata. No período, moedas de diversos países eram trocadas e, nas fronteiras, a quantidade de ouro em cada moeda se tornou muito importante, pois o país comprador pagava com sua moeda uma soma equivalente à quantidade de ouro contida na moeda do país vendedor. Para definir os valores das moedas nas transações entre os países, utilizou-se a quantidade de ouro em poder de cada país, denominado de padrão-ouro ((29), p. 29).

As percepções dos comerciantes sobre o poder do ouro e da prata os levaram a buscar o acúmulo de moedas e a se dedicarem a atividade de troca, que gerava sempre a cobrança de uma soma adicional. Essa negociação evidenciava uma maneira rudimentar de cálculo, com as primeiras operações de crédito, através da cobrança de juros. Sendo assim, o acúmulo de capital e a desvalorização da moeda resultaram também na ideia dos juros, uma vez que se realizavam efetivamente devido ao valor temporal do dinheiro.

E o ser humano passa a avaliar e medir grandezas como pesos e medidas, além de realizar operações com finalidades econômicas e valorizar as coisas através dos metais.

[1]O cuproníquel é uma liga metálica de Cobre-Níquel com até 30% de Níquel. Oferece uma boa resistência a corrosão e a fadiga, geralmente usado na manufatura de moedas, condensadores e equipamentos de destilação. Foi utilizada no Brasil no período de 1889 a 1900. Disponível em:http://pt.wikipedia.org/wiki/Cupron%C3%ADquel. Acesso em 11 mar. 2013.

Neste contexto, os comerciantes eram chamados de cambistas e exerciam atividades, sentados em bancos de madeiras, tal prática fez surgir, mais tarde, os bancos[2] para guardar em segurança as moedas (24).

Amplamente reconhecida no comércio e apontando traços da Matemática Financeira,no ano de 1478, Treviso [3] lançou a obra de Aritmética, com aplicações de escambo. Em 1484, Piero Borghi destacou ainda mais a Matemática Financeira, através de sua publicação de Aritmética comercial [4], e atingiu dezessete edições, expandindo-se por todo o mundo.

Como se verifica, os procedimentos de créditos e juros remontam à antiguidade, com uma melhor compreensão desses processos através da Matemática Financeira, que tem seus fundamentos originados no entendimento relacional entre tempo e dinheiro e suas repercussões na vida das pessoas.

Esses fundamentos permitem definir a Matemática Financeira como o estudo do valor do dinheiro num intervalo de tempo determinado e seus cálculos, em que o valor recebido no presente não significa a mesma quantia que será recebida no futuro (30).

Schneider ((29), p. 32), aponta as características da Matemática Financeira:

> Um determinado valor - capital em dinheiro - hoje poderá não ser o mesmo em outro tempo, porque, além das variáveis, capital e tempo, existe a taxa de juros, justificada pelo uso ou empréstimo do dinheiro, ou da inflação (aumento geral dos preços de produtos e serviços). Razão, proporção, porcentagem, regra de três, juro simples e composto são considerados conteúdos básicos da Matemática Financeira, constituindo um sistema de conhecimentos pela relação existente entre eles.

Para Preve e Flor (24), a Matemática Financeira da atualidade integra o cotidiano humano, a partir da compreensão de situações relacionadas a ganho e perdas de capitais,

[2]Os negociantes de ouro e prata, por terem cofres e guardas a seu serviço, passaram a aceitar a responsabilidade de cuidar do dinheiro de seus clientes e a dar recibos escritos das quantias guardadas. Esses recibos (então conhecidos como 'goldsmiths notes') passaram, com o tempo, a servir como meio de pagamento por seus possuidores, por serem mais seguros de portar do que o dinheiro vivo. Assim surgiram as primeiras cédulas de "papel moeda", ou cédulas de banco, ao mesmo tempo em que a guarda dos valores em espécie dava origem às instituições bancárias. Disponível em :http://www.casadamoeda.gov.br/portalCMB/menu/cmb/sobreCMB/origem-dinheiro.jsp?sbMuseu=active. Acesso em 11 de mar. 2013.

[3]Linguista, filósofo, pintor e matemático de origem veneziana (Itália). Criou a mais antiga aritmética impressa, anônima e extremamente rara. Trata-se de uma aritmética amplamente comercial, dedicada a explicar a escrita dos números, a efetuar cálculos com eles e que contém aplicações envolvendo sociedades e escambo. Como os "algoritmos"iniciais do século XIV, ela também inclui questões recreativas. Foi o primeiro livro de matemática a ser impresso no mundo ocidental. Disponível em:http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira4.php. Acesso em 11 mar. 2013.

[4]Essa aritmética foi de extrema importância para o desenvolvimento da Matemática Financeira, já que tratava de questões bastante pertinentes ao comércio da época e objetivava difundir a matemática para o grande público. Das 17 edições publicadas, a última aconteceu em 1557. Disponível em: http://matematica-financeira.info/mos/view/Hist%C3%B3riaindex.html. Acesso 13 de mar. 2013.

formas de pagamento, financiamentos, juros e descontos. Esses termos não são apenas inerentes à bolsa de valores ou às transações comerciais, mas podem, outrossim, ser amplamente utilizados pelas pessoas em suas finanças pessoais.

As posições históricas e conceituais da Matemática Financeira possibilitam inferir que a Matemática Financeira surgiu nas primeiras comunidades, em suas primitivas formas de negociação e que ganhou substância ao longo do tempo, com estruturação de seu conceito e percepção ampla de sua necessidade econômica e social para o indivíduo.

1.1.2 Possibilidades de aplicação da Matemática Financeira

O surgimento da Matemática Financeira mostrou-se de grande valia para entender e facilitar as relações econômicas e financeiras, contribuindo principalmente para o homem compreender as relações do dinheiro com o tempo e o mundo.

Em seu desenvolvimento, a Matemática Financeira aparece com importância aplicativa em diferentes situações e contextos, como se pode observar sua aplicabilidade nas negociações comerciais, no âmbito político e econômico, no campo da profissão e no ambiente de vivência pessoal.

Nas relações comerciais e econômicas, a Matemática Financeira tem sua aplicação na análise de índices econômicos e estatísticos, em empréstimos, nas projeções políticas ou na estimativa da taxa de juros (4).

É fato que, nas relações comerciais, a Matemática Financeira está presente, seja numa relação comercial individual ou empresarial. As transações bancárias são um exemplo consistente de relação comercial, em que o uso da Matemática Financeira é indispensável na prestação de serviços, para com pessoas e empresas.

Na política econômica do país, a Matemática Financeira é utilizada amplamente, pela necessidade de estudo do comportamento da economia como um todo, pois permite formular e conjecturar situações positivas ou negativas sobre a situação financeira governamental. Análises financeiras de curto ou longo prazo são feitas através de conhecimentos matemáticos, que propiciam entender suposições e implicações dessa ou daquela ação tomada pelo sistema financeiro.

No contexto profissional, as organizações precisam se relacionar comercialmente com seus diferentes agentes de mercado e a Matemática Financeira possibilita capacitar profissionais para agirem em prol das oportunidades de negociação no mercado. Sendo assim, as aplicações podem ser identificadas em diferentes gerenciamentos de negócios, com clientes, fornecedores e investidores.

Na visão de Silva (31), o trabalho permite ao indivíduo construir relações profissionais e, para tanto, precisa de conhecimentos da Matemática para utilizar em suas experiências práticas, como realizar negócios, verificar rendimentos financeiros, trabalhar com planilhas e números. Todas essas atribuições exigem que o profissional transite pelo mundo dos algarismos, das proporções e da linguagem matemática, e, portanto, precisa desenvolver o raciocínio lógico e multidisciplinar, habilidades para lidar com números e realizar operações mentais, exatidão, raciocínio abstrato, capacidade para resolver problemas, além de concentração, entre outras questões fundamentais do pensamento humano.

Duarte et al (8) ponderam que o mercado de trabalho encontra-se cada vez mais exigente, daí a busca por profissionais capacitados para um bom desenvolvimento de seu negócio eis porque a área financeira é, sem dúvida, a base de todo o processo. Em razão disto, os conhecimentos em Matemática Financeira são de suma importância, pelo ganho de visão analítica sobre os processos econômicos e financeiros das empresas.

Schimiguel e Rosseti-Junior (30) também sinalizam para a necessidade do profissional conhecer as questões financeiras para entrar no mercado de trabalho. Quando não existe um preparo acadêmico consistente em Matemática Financeira, as dificuldades de lidar com números, cálculos e suas repercussões incidem diretamente no desenvolvimento das tarefas e atividades organizacionais.

Na concepção de Soares, Pedroso e Veriguine (33), a atividade profissional gera recursos financeiros e renda, com condições de realização e uma diversidade de interesses, sonhos e desejos, representando um meio fluído de oportunidades e possibilidades infinitas.

Sob essa ótica, é possível assinalar a importância dos conhecimentos em Matemática Financeira em diferentes áreas do conhecimento, sociológicos, psicológicos, administrativos, contábeis, históricos, antropológicos, econômicos, culturais, políticos, dentre outros, razão da relevância em conceitos, linguagem e ação para desenvolver as condições intelectuais do indivíduo em seu campo de trabalho.

A utilidade da Matemática Financeira pode ser claramente percebida em ações profissionais. Como exemplo:

> Quando um médico interpreta um eletrocardiograma, está utilizando um modelo matemático ao dar um diagnóstico, efetua um raciocínio matemático e emprega conhecimentos de estatística. Um pedreiro utiliza um método prático para construir ângulos retos que já era empregado pelos egípcios na época dos faraós. Uma costureira, ao cortar uma peça, criar um modelo, pratica sua visão espacial e resolve problemas de geometria ((2), p.7).

É atuando profissionalmente que se percebe como a Matemática Financeira é aplicada, desde sua utilização em profissões mais complexas até em profissões mais simples, como é o caso de seu uso pelo médico, pedreiro e costureira.

Silva ((31), p. 8-9), também enfatiza as aplicações da matemática em diferentes áreas profissionais.

> Na área administrativa o profissional tem que está diretamente ligado à exatidão de números, para preparar orçamentos em projetos, planejar e controlar pesquisas, além de resolver situações que envolvam cálculos estatísticos.
> Na agronomia usa-se cálculo dos componentes químicos destinados à fertilização e dimensionamento das áreas a serem cultivadas.
> A arquitetura é uma união das áreas exatas, humanas e arte, pois exigem aptidões múltiplas, como o domínio de cálculos, desenhos intuitivos e história, sendo utilizada nas construções de casas, edifícios, reformas, restaurações e no planejamento de bairros e cidades.
> No cinema muitas animações que vimos utilizam à matemática, através de computação gráfica. A geologia utiliza diversos princípios da matemática para escavar, conhecer e avaliar os segredos do solo e das pedras.
> A odontologia utiliza-se de cálculos para composição de amalgamas, posologias, doses de anestésicos e também para dimensionar próteses e aparelhos corretivos.

Nota-se, então, a Matemática Financeira como um conhecimento transversal e indispensável, utilizada em qualquer profissão e que exige conhecimento para sua aplicação de forma correta e qualificada.

No campo pessoal, a educação financeira tem se mostrado necessária para desenvolver no indivíduo a capacidade de lidar corretamente com receitas e despesas, possa usar adequadamente as próprias finanças.Este aspecto é mais bem aprofundado na abordagem seguinte.

1.1.3 Importância da educação financeira no ambiente doméstico

As diferentes aplicabilidades da Matemática Financeira estudada dão a dimensão de sua essencialidade para a sociedade e suas relações com as finanças. Contudo, sem diminuir sua utilidade nos diferentes campos, é pertinente para o estudo um aprofundamento reflexivo da utilização da Matemática Financeira no ambiente doméstico.

Esta abordagem é relevante por oportunizar a discussão da aprendizagem da Matemática Financeira no ensino médio e sua contribuição para a prática das finanças do aprendente. Para tanto o estudo utiliza literaturas substantivas para a discussão e enriquecem a redação posta.

Notadamente se vivencia uma sociedade do consumo, com publicidades incisivas que influenciam as pessoas a utilizarem bens e serviços de maneira desenfreada e sem limites. Para enfrentar essa realidade, a educação financeira se insere como uma condição viável de aprendizagem para uso em benefício pessoal e familiar e a Matemática Financeira pode promover conhecimentos para favorecer sobremaneira a administração das finanças do cotidiano.

No que concerne ao consumo exacerbado, existe uma apelação cotidiana da mídia para que o consumidor usufrua de produtos e serviços por impulso e desejo de posse. Movidos pelos apelos do consumo, as pessoas sem planejamento financeiro e sem avaliar as reais necessidades de obtenção, cedem aos efeitos imediatos de promoções e facilidades de pagamento e compram movidos pela emoção e não pela razão. As instituições bancárias também oferecem uma diversidade de produtos e diferentes formas de investimentos. Certamente existem oportunidades de ganhos, porém o indivíduo precisa conhecer essas possibilidades e reconhecer suas condições financeiras de usufruí-las ou não.

De acordo com Batista e Colpani ((3), p. 4):

> Com consumo exagerado, podem-se adquirir características de transtornos como, aumento de compulsão quando vê algum objeto e já acha que é algo indispensável, sentindo necessidade de adquirir aquele objeto; gastos exagerados; consumir produtos acima do real valor que possuem. A realidade mostra que sabendo ou não sabendo, uma quantidade muito grande de pessoas, não tem domínio sobre o controle de suas finanças, e não conseguem um equilíbrio financeiro, pois para isso é necessário um controle rigoroso de seus gastos. Quem gasta mais do que pode, tem como a justificativa mais usada que necessita comprar, para satisfazer necessidades. Está ai a grande importância em saber a diferença entre desejo e necessidade, e saber também o real significado da palavra utilidade. Hoje em dia não é difícil acompanhar o caso de pessoas que compram vários produtos do mesmo, como comprar a mesma blusa e sapatos, em diferentes cores, qual a grande utilidade? Se pensarmos, logo notamos que nenhuma, ao não ser pelo simples prazer de compra, o que na verdade é a grande compulsão por compras.

Como se observa, existe um consumismo já instituído e a aprendizagem da Matemática Financeira no ensino médio pode favorecer o aprendente a partir de sua correlação com o contexto econômico e financeiro do próprio estudante.

Como bem afirma Dutra ((9), p. 23) "a supervalorização do cotidiano foi uma grande contribuição para pesquisas em Educação Matemática por demonstrar que o conhecimento matemático cotidiano é um elemento indispensável do processo pedagógico".

Nessa vertente, Batista e Colpani (3) situam que a economia doméstica em si é ensinada através da Matemática Financeira, que transmite conhecimentos aos alunos voltados para a importância de saber lidar com dinheiro.

Para esses autores, a maioria dos alunos de ensino médio começa a lidar com as finanças neste período escolar. O momento é então vital para a aprendizagem direcionada para o uso do dinheiro, considerando a essencialidade de se construir um alicerce sólido para se ter um futuro financeiro saudável. Outro fator importante é que as pesquisas apontam como faixa etária de maior endividamento a idade entre 21 e 30 anos.

Muitos autores em suas investigações fundamentam as limitações na aprendizagem da Matemática Financeira para uso correto e racional no manuseio de finanças próprias.

De acordo com Velho e Lara (35), no Brasil há restrições referentes ao ensino de Matemática Financeiras no âmbito acadêmico do ensino médio, pois o desenvolvimento de habilidades financeiras se limita ao nível superior, em alguns cursos específicos para tal fim ou através da experiência profissional. Excetuando essas situações, poucas são as condições de conhecimentos financeiros que possibilitem ás pessoas a aprenderem a tomar decisões diante das suas finanças.

Contudo, é importante frisar que os conhecimentos financeiros aprendidos no âmbito do ensino médio podem proporcionar saberes consistentes para os alunos reconhecerem o valor do dinheiro, controle do próprio orçamento e suporte financeiro no contexto familiar.

Nas considerações de Batista e Colpani (3), a Matemática Financeira propõe conteúdos de grande relevância para o aluno aprender a tratar as questões financeiras no ambiente doméstico. Em muitas situações, os conceitos matemáticos são utilizados e nem são notados, como no caso de famílias simples, com poucos recursos financeiros e baixa instrução.

Apesar dos rendimentos mensais serem poucos, muitas famílias conseguem administrar os recursos financeiros apenas raciocinando e planejando adequadamente seu orçamento.

Para Brito ((6), p. 12):

> O aprendizado de conceitos básicos de finanças contribui para tomada de decisões econômicas, pois auxilia na compreensão e racionalização de problemas cotidianos enfrentados pela população. Ao fomentar habilidades financeiras o individuo passa a ter consciência de que é influenciado pela economia, que esta o influencia e que a interação de ambos acontece de forma natural. Após tal conscientização o individuo torna-se mais crítico, criterioso e cauteloso no que tange a suas escolhas financeiras.

Uma maneira pertinente de abordar a Matemática Financeira no contexto doméstico é utilizando os recursos tecnológicos, que por serem plenamente reconhecidos pelos estudantes, têm condições de dinamizar, motivar e despertar os alunos para aprender Matemática Financeira no ambiente doméstico.

> Cada vez mais presente nas escolas, o computador faz-se um ótimo recurso para estimular os alunos de qualquer idade. No caso específico da Educação Financeira, planilhas eletrônicas são de grande valia para ilustrar e simular as diversas possibilidades de se trabalhar a relação dinheiro / tempo. Os alunos poderão usar o computador para, dentre outras coisas, confeccionar listas de compras para seus pais, simular uma aplicação financeira ou um empréstimo, ou ainda fazer o controle dos gastos da própria escola ((34), p. 8).

Compreende-se que uma aprendizagem que estimule e motive a aquisição de uma educação financeira é necessária no ensino médio, com o entendimento de que a abordagem da Matemática Financeira nessa etapa de escolarização vai despertar a consciência para o uso discriminado e salutar do dinheiro.

Duarte et al. (8) pontua que o ensino de conhecimentos da Matemática Financeira no ensino médio promove a cidadania e o entendimento do mundo econômico, quando os preceitos da Matemática Financeira estão interligados com várias situações do dia a dia de cada cidadão, desde as diversas situações de compras até aplicações financeiras mais complexas.

Ainda para os autores:

> Ao calcular as prestações de um financiamento de um móvel ou imóvel optando pelo pagamento á vista ou parcelado, por exemplo, faz-se necessário o uso de cálculos matemáticos. Devido a essa e outras situações similares e comuns no dia a dia das pessoas, é importante que se tenha uma noção básica do conceito de Matemática Financeira ((8), p. 196).

É nessas bases que a educação financeira propicia conhecimentos matemáticos para lidar adequadamente com as finanças pessoais, para que o estudante aprenda em sala de aula e aplique os saberes obtidos efetivamente em sua vida doméstica.

Para Savoia, Saito e Santana ((27), p. 1122):

> Na sociedade contemporânea, os indivíduos precisam dominar um conjunto amplo de propriedades formais que proporcione uma compreensão lógica e sem falhas das forças que influenciam o ambiente e as suas relações com os demais. O domínio de parte dessas propriedades é adquirido por meio da educação financeira, entendida como um processo de transmissão de conhecimento que permite o desenvolvimento de habilidades nos indivíduos, para que eles possam tomar decisões fundamentadas e seguras, melhorando o gerenciamento de suas finanças pessoais. Quando aprimoram tais capacidades, os indivíduos tornam-se mais integrados à sociedade e mais atuantes no âmbito financeiro, ampliando o seu bem-estar.

O professor, neste contexto, precisa de preparo constante, para suprir as necessidades e especificidades de cada grupo de alunos, instituindo uma aprendizagem eficaz e que atenda as demandas dos alunos. Assim, o educador necessita de visão ampla sobre a vida humana em sociedade e utilizar ações dirigidas com mediação necessária que mantenha uma relação intencional possível para a vida cotidiana (9).

Na percepção de Theodoro ((34), p. 6):

> Consciente da dimensão dos problemas que a falta da Educação Financeira acarreta, o professor deve se empenhar em usar o máximo de sua criatividade para transmitir a seus alunos conceitos suficiente para que eles atinjam o objetivo proposto, de forma a serem multiplicadores desses conceitos, começando por suas próprias casas.

Para a aquisição e aprofundamento dos conhecimentos em Matemática Financeira para uso no cotidiano, segundo Theodoro ((34), p. 6), o professor deve trabalhar a consciência do aluno, preceitos de organização financeira, orçamento doméstico, pesquisa, controle, meta e investimento, estes como aspectos cruciais para uma educação financeira doméstica eficaz.

Cabe compreender a abordagem de cada aspecto, refletindo sobre eles.

A conscientização sobre a importância de lidar eficientemente com as finanças, certamente prepara o aluno para tratar com as questões orçamentárias do dia a dia, pois conhecer e saber como agir com o dinheiro, capacita para analisar melhor e racionalmente as finanças.

Em relação aos preceitos de organização financeira, para o aprendente urge compreender como equilibrar suas despesas em consonância com suas receitas, logo, o planejamento financeiro deve ser um aprendizado vital, para que o consumo imediato seja renunciado e o futuro financeiro seja recompensado.

Em relação ao orçamento doméstico, a aprendizagem sobre as contas domésticas é uma condição para acompanhar despesas e prever dificuldades que possam surgir. Portanto, devem ser composto de receitas, despesas fixas ou variáveis, que significa ativos e passivos orçamentários, créditos e débitos orçamentários.

A pesquisa é um aspecto que necessariamente deve ser considerado como um conhecimento básico a ser aprendido, pois permite que o indivíduo efetue compra dentro de preços praticados no mercado, sem ser prejudicado. Verificar e acompanhar condições de compra e venda são essenciais para a realização de gastos seguros, com o indivíduo certo de que buscou a melhor opção para utilizar suas finanças.

O controle financeiro significa disciplina na utilização do dinheiro e o aluno precisa aprender a ser rigoroso nos gastos. Trabalhar com anotações e planilhas mensais dá a dimensão do que se gasta e do que se pode economizar.

As metas são os objetivos a serem alcançados, e se não se aprende aonde se quer chegar, certamente não se sabe que caminho traçar. O conhecimento sobre os aspectos anteriores são caminhos para se chegar à estabilidade financeira e as metas são alicerces para alcançá-la. Portanto, é importante desenvolver uma educação financeira que desperte no aprendente a vontade de traçar metas financeiras e principalmente de atingi-las.

O investimento é o aspecto que fecha o ciclo de conhecimentos necessários de Matemática Financeira no campo doméstico; se bem feitos, possibilitam alcançar metas traçadas. Dentre os possíveis investimentos, têm-se imóveis, negócio próprio, fundos de renda fixa e renda variável, poupança, títulos do governo, mercado de ações, dentre outros. Todas essas formas de aplicações promovem aumento de renda e estruturação financeira.

A discussão de todos esses aspectos reflete a necessidade de um planejamento das finanças domésticas, a partir do despertar do aluno para este fim, com possibilidades de criar uma cultura de consumo ordenada e medida, de acordo com as necessidades humanas e suas posses financeiras, no presente e do futuro.

A aprendizagem da Matemática Financeira possibilita desenvolver no aprendente técnicas e estratégias para praticar em seu usufruto, promovendo assim a saúde financeira.

Para Brito et al. (6), a educação financeira ensina como compreender fatos que ocorrem na economia interna e externa e como estes fatos interferem no dia a dia das pessoas. A partir dos conhecimentos adquiridos, tem-se uma visão ampla para viabilizar a melhor tomada de decisão no que diz respeito a assuntos ligados ao consumo, poupança ou utilização de crédito pessoal.

Como se verifica, a educação financeira favorece uma formação útil para que aprendentes adquiram uma visão analítica sobre a Matemática Financeira e possam ter uma vida financeira mais controlada. Contrariamente, quando não existe conhecimento suficiente para a lida com as questões financeiras, a tendência é de acarretamento de dívidas e perdas nas finanças, que abalam orçamento e criam transtornos na vida das pessoas.

Conforme Brito et al. ((6), p. 2):

> O baixo grau de conhecimento financeiro está diretamente ligado ao endividamento e dificuldades de formação de patrimônio ou reservas financeiras dos indivíduos, por isso desenvolver tal conhecimento ou ao menos noções básicas favorece o equilíbrio do orçamento familiar. [...] contabilidade e investimentos são importantes para a vida das pessoas, mas essas sabem muito pouco sobre o assunto, pois as escolas se concentram nas habilidades acadêmicas e profissionais, mas não nas habilidades financeiras. Isso explica porque médicos gerentes de banco e contadores inteligentes que tiveram ótimas notas quando estudantes terão problemas financeiros durante toda a sua vida.

Ressalta-se também que a população em geral tem dificuldade de administrar as finanças pessoais e a falta de conhecimentos da Matemática Financeira é um dos motivos contribuidores para essa situação.

Nesses termos, a educação financeira, com base em uma aprendizagem crítica, possibilita realizar uma leitura crítica das finanças do cotidiano, com entendimento de que:

> Conhecimento cientifico e conhecimento cotidiano são, simultaneamente, pontos de chegada e de partida do processo escolar. Nessa perspectiva, saber quanto ganham e quanto gastam é tanto ponto inicial como final do orçamento que, necessariamente, recorre-se ao pensamento/conhecimento matemático. Com isso, é possível formalizar e controlar os gastos que requer detalhamento de todos os gastos e receitas, além de subsidiar atitudes de como gastar menos sem prejudicar a qualidade de vida ((9), p. 34).

Diante das reflexões, reconhecidamente os conhecimentos da Matemática Financeira no ensino médio são vitais para a educação financeira do aprendente, por propiciar saberes que podem ser aplicados nas situações econômicas da vida privada.

A aprendizagem sobre Matemática Financeira, além de promover a conscientização do indivíduo sobre o uso devido do dinheiro possibilita a aquisição de técnicas financeiras que podem ser plenamente inseridas na realidade doméstica, como também as experiências dos alunos com numerários e finanças podem ser trazidas para o contexto escolar e serem trabalhados como exemplos práticos na educação financeira.

Assim, lições de racionalização para melhorar e edificar finanças domésticas podem ser aprendidas através do ensino de Matemática Financeira, com atividades acadêmicas que prezem o desenvolvimento de habilidades e capacidades dos aprendentes para essa lida.

Capítulo 2

Abordagens da matemática financeira no ensino médio

Transformações acontecem no campo educacional, em que o ensino tradicional com base em conhecimentos puramente técnico tem se modificado, agregando saberes que integram o aluno ao mundo contemporâneo, com possibilidades do indivíduo colocar na pratica vivencial os conhecimentos adquiridos na academia.

No ensino médio, a necessidade dessa inserção é ainda mais acentuada, pois é uma formação voltada para a vida adulta, para a profissionalização, ação em sociedade e benefício pessoal.

É com essa visão que a matemática para o ensino médio se apoia em dar significados aos conteúdos desenvolvidos, contextualizando o que se ensina com a aprendizagem na prática de vida do aluno.

Conforme o BRASIL ((4), p. 40), a matemática para o ensino médio tem por base o valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, desempenhando função instrumental, que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

No que concerne à Matemática Financeira no ensino médio, esta se mostra essencial, por sua condição de aplicabilidade no cotidiano das pessoas, quando existe a compreensão da origem da matemática a partir da necessidade humana de se relacionar socialmente e de enfrentar as dificuldades advindas da natureza.

Em seu desenvolvimento, a Matemática Financeira, tem se apresentado como uma alternativa viável para compor o currículo do ensino médio, sendo favorecedora para a formação acadêmica crítica e com plenas condições de ser aplicada na vida do aluno, em seu contexto econômico familiar.

É fato que vivemos em um mundo globalizado e que se estrutura em bases capitalistas, o que exige a utilização da Matemática Financeira não somente no campo da profissão, mas também no controle das finanças pessoais, quando o mercado estimula o consumo desordenado e as pessoas se endividam cada vez mais.

Essa realidade mostra a necessidade do indivíduo conhecer como funciona o sistema financeiro e quais são as causas e consequências quando ele não é bem utilizado. Para o aluno do ensino médio, a Matemática Financeira oportuniza esse conhecimento, para que, no contexto doméstico, o aprendente possa utilizar conscientemente os conteúdos da disciplina.

É oportuno ressaltar a exploração dos conteúdos da Matemática Financeira através de sua conexão com a vida dos aprendentes, buscando dinamizar os assuntos e enriquecer conceitos a partir da sua correlação com os problemas da realidade.

Cabe, então, à Matemática Financeira, em sua contextualização com a vivência social, econômica e cultural do aluno, contribuir para a educação econômica e doméstica do aprendente.

É nessas bases que o capítulo discorre sobre os termos conceituais fundamentais da Matemática Financeira:capitalização composta, anuidades uniformes de pagamento, depreciação, amortização e empréstimos, que são conteúdos consistentes para serem utilizados na economia doméstica, visando facilitar o entendimento de conhecimentos básicos que podem ser devidamente aplicados pelos aprendentes.

2.1 Termos conceituais fundamentais da matemática financeira

Para estudar a Matemática Financeira, carece de previamente abordar alguns conceitos que são fundamentais para sua compreensão.

Convém para o estudo estabelecer os conceitos de juros, montante, capital principal, capitalização e operações financeiras.

Conforme Duarte et al (8), o conceito de juros pode ser entendido como o custo do uso do dinheiro alheio, traduzindo, é como se fosse um aluguel que pagamos para usar um dinheiro que não é nosso. Aplicando certa quantia (capital) em uma caderneta de poupança por certo intervalo (tempo), essa aplicação funciona de modo como se o investidor estivesse fazendo um empréstimo ao banco. Sendo assim, no final do intervalo de tempo, o aplicador recebe uma determina quantia (juros).

Nos sistemas de juros, existem os juros simples e os compostos, ou seja, quando uma determinada soma de dinheiro está aplicada a juros simples, os juros ocorrentes são calculados sobre o montante inicial e, quando uma soma está aplicada a juros compostos, os juros são calculados não apenas sobre o capital inicial, mas também sobre os acréscimos dos juros já vencidos (28).

Na visão de Batista e Colpani (3), juros é uma quantia de dinheiro que terá seu valor variado de acordo com o tempo, ou seja, a data que este dinheiro estiver disponível para ser usado. O valor desse dinheiro pode variar de acordo com a inflação ou taxas de juros. Uma quantia de dinheiro tem certo valor hoje, e poderá ter esse mesmo valor adiante, porém quando esse valor for acrescido de juros teremos uma recompensa pelo sacrifício de nos privarmos daquela quantia, naquela respectiva data.

Para receber esse percentual a mais em uma aplicação é necessária a utilização das taxas de juros.

Na atualidade:

> O financiamento para as mais diversas situações do universo capitalista, e, em geral, em todas as movimentações financeiras são baseadas na estipulação prévia de taxas de juros e envolvem o tempo para quitar a dívida. Ao realizarmos um empréstimo, a forma de pagamento é feita através de prestações mensais acrescidas de juros, isto é, o valor de quitação do empréstimo é superior ao valor inicial do empréstimo. A essa diferença damos o nome de juros, ou seja, o bem adquirido tem valor agregado maior do que se fosse comprado à vista (em parcela única) ((19), p.16).

Sobre o capital principal, este é o valor de um empréstimo ou investimento, em distinção aos juros ou lucro a ele referente, já o montante é o capital acrescido dos juros, ao final de um período de capitalização (11).

A capitalização em sua definição significa o efeito de capitalizar, ou seja, acrescentar juros ao capital principal ou montante (1).

Puccini (25) conceitua capital como o valor de um ativo representado por moeda e/ou direitos passíveis de uma expressão monetária, no início de uma operação financeira. Em uma situação prática, com o capital correspondendo ao valor de $\$ \ 100.000,00$, pode-se considerar que capital é um numerário ou depósitos bancários disponíveis, títulos de dívida expressos em valor no início de um processo financeiro, ou ativos físicos devidamente avaliados: prédios, máquinas, veículos, dentre outros.

Em relação à operação financeira, é o ato pelo qual determinado agente econômico possuidor de capital (credor) transfere a outro agente (tomador), mediante condições previamente estabelecidas.

Essa transferência de capital pode ser um investimento ou empréstimo, que envolve a remuneração paga pelo tomador ao credor pela utilização do capital. Os prazos e formas de devolução do capital, a remuneração e garantias de pagamento são acordadas mediante condições previamente estabelecidas entre o tomador e o credor (7).

Os conceitos postos são relevantes para o entendimento da Matemática Financeira, em seus processos e procedimentos operacionais.

2.2 Capitalização Composta

2.2.1 Introdução

Capitalização composta significa que os juros produzidos num período serão acrescidos ao valor aplicado e no próximo período também produzirão juros. É também chamado de juros sobre juros (14).

Exemplo 1: Marília tomou um empréstimo de $R\$$ $1000,00$, a juros de taxa 10% ao mês. Após um mês, a dívida de Marília será acrescida de $0,10 \times 1000 = 100$ reais de juros, passando a ser de 1100 reais. Se Marília e seu credor concordarem em adiar a liquidação da dívida por mais um mês, mantida mesma taxa de juros, o empréstimo será quitado, dois meses depois de contraído, por $R\$$ $1210,00$, pois os juros relativos ao mês serão de $0,10 \times 1100 = 110$ reais. Esses juros assim calculados são chamados de juros compostos. Mais precisamente, no regime de juros compostos, os juros em cada período são calculados, sobre a dívida no início desse período.

O exemplo 1 mostra o equívoco que muitos cometem ao pensar que 10% ao mês rendem 20% em dois meses. Nota-se que juros de 10% ao mês resultarão em dois meses juros de 21%

2.2.2 Montante

Teorema 1. *No regime de juros compostos de taxa i, um valor inicial C_0 transforma-se, depois de n períodos de tempo, em um montante $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$.*

Prova 1. *Para cada k, seja C_k a dívida após k períodos de tempo. Desse modo, temos,*

$$C_{k+1} = C_k + i \cdot C_k = (1+i) \cdot C_k$$

Daí, C_k é uma progressão geométrica de razão $1+i$,

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$$

Exemplo 2: Cristina investe $R\$$ $150,00$ a juros de 12% ao mês. Qual será o montante de Cristina três meses depois, sabendo que a capitalização é composta?

Solução. Seja C_n, o montante obtido por uma aplicação de um capital C_0, aplicado a uma taxa i mensal, por um período de n meses, temos $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$

$$\begin{aligned} C_3 &= 150 \cdot (1+0,12)^3 \\ C_3 &\cong 210,74 \end{aligned}$$

Portanto, Cristina terá um montante, após três meses, aproximado de $R\$ \ 210,74$.

Exemplo 3: Qual o capital que, aplicado a 10% ao semestre, capitalizado semestralmente, produz o montante de $R\$ \ 1331,00$ após três semestres?

Solução. Seja C_n, o montante obtido por uma aplicação de um capital C_0, aplicado a uma taxa i semestral, por um período de n semestres, temos $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{C_n}{(1+i)^n} \\ C_0 &= \frac{1331}{1,1^3} \\ C_0 &= 1000 \end{aligned}$$

Portanto, o capital que deve ser aplicado por um período de três semestres é $R\$ \ 1000,00$.

Exemplo 4: Investindo $R\$ \ 450,00$ você retira após três meses, $R\$ \ 600,00$. A que taxa de juros rendeu seu investimento?

Solução. Seja C_n, o montante obtido por uma aplicação de um capital C_0, aplicado a uma taxa i mensal, por um período de n meses, temos $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$

$$\begin{aligned} C_n &= C_o \cdot (1+i)^n \\ (1+i)^3 &= \frac{600}{450} \\ 1+i &= \sqrt[3]{1,33} \\ i &\cong 0,101 \end{aligned}$$

Portanto, a taxa que o investimento rendeu nesses três meses foi de aproximadamente $10,1\%$.

Exemplo 5: Um capital de $R\$ \ 40.000,00$ a 2% ao ano produz um montante de $R\$ \ 58.426,21$. Qual é o período de aplicação?

Solução. Seja C_n, o montante obtido por uma aplicação de um capital C_0, aplicado a uma taxa i anual, por um período de n anos, temos $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$

$$\begin{aligned} 1,02^n &= \frac{58.426,21}{40.000,00} \\ n &= \frac{\log 1,4607}{\log 1,02} \\ n &\cong 19 \end{aligned}$$

Portanto, o período de aplicação é aproximadamente 19 anos.

2.2.3 Equivalência de capitais

O Teorema 1 afirma que uma quantia hoje igual a C_0, transformar-se-á, depois de n períodos de tempo, em uma quantia igual a $C_0 \cdot (1+i)^n$. Isto é, uma quantia, cujo valor atual (VA), e equivalerá no futuro (VF), depois de n períodos de tempo, a $VF = VA \cdot (1+i)^n$, esta é a fórmula fundamental da equivalência de capitais.

Em suma, para obter o valor futuro é necessário multiplicar o valor atual por $(1+i)^n$ e para obter o valor atual, basta dividir o futuro por $(1+i)^n$.

Exemplo 6: Geraldo tomou um empréstimo de $R\$$ $300,00$, a juros mensais de 15%. Dois meses após, Geraldo pagou $R\$$ $150,00$ e, em um mês após esse pagamento liquidou seu débito. Qual o valor do ultimo pagamento?

Solução. Em matemática, existem vários métodos para solucionar um dado problema, indicaremos dois. Em contrapartida, existem métodos que encontram soluções erradas, mostraremos um.

Primeiro método: Equivalência de Capitais

Os esquemas de pagamento são equivalentes. $R\$$ $300,00$ na data zero, têm o mesmo valor de $R\$$ $150,00$ dois meses depois, mais um pagamento x na data 3.

Esquema de equivalência de capitais

$$\begin{array}{lcccc} \text{à vista} & \text{a prazo} & & & \\ 300 & & & 150 & x \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

Igualando na época zero obtemos:

$$\begin{aligned}
300 &= \frac{150}{(1+0,15)^2} + \frac{x}{(1+0,15)^3} \\
300 &= \frac{150}{1,3225} + \frac{x}{(1,5208)} \\
\frac{x}{1,5208} &= 300 - 113,422 \\
x &= 283,75
\end{aligned}$$

Portanto, o valor do último pagamento na data 3, é aproximadamente a $R\$ \ 283,75$.

Segundo método. Sem utilizar a equivalência de capitais.

Sabemos que o primeiro pagamento será efetuado dois meses após o empréstimo, mas acontece que o valor sofrerá um reajuste após esse período, passando a valer: $C_2 = 300 \cdot (1.15)^2 = 396,75$. Abatendo parte da divida pagando $R\$ \ 150,00$, passando a dever $396,75 - 150,00 = 246,75$.

Como pagamento x será efetuado na data 3, esse pagamento será:

$$\begin{aligned}
x &= 246,75x1,15 \\
x &= 283,75
\end{aligned}$$

Terceiro método: O método dos agiotas espertos

$C = 300 \cdot (1,15)^3 = 452,62$. Esse seria o pagamento feito após três meses. Feito o pagamento, o cliente passa a dever $452,62 - 150 = 302,623$, esse seria o valor do pagamento no terceiro mês. Um erro crucial foi cometido nessa resolução,o agiota fez render o capital emprestado durante três meses, para depois descontar os 150 reais pagos na data 2,encontrando um valor para o último pagamento superior ao correto.

Exemplo 7: Uma loja oferece duas opções de pagamento.

a) à vista, com 30% de desconto.

b) em duas prestações mensais iguais, sem desconto, a primeira sendo paga no ato da compra.

Qual a taxa mensal dos juros embutidos nas vendas a prazo?

Solução. Consideremos um produto da loja do valor de $R\$ \ 100,00$

Esquema de equivalência de capitais

$$\begin{array}{c@{\qquad\qquad}cc}
\text{à vista} & \text{a prazo} & \\
70 & 50 & 50 \\
\uparrow & \uparrow & \uparrow \\
\hline
0 & 0 & 1
\end{array}$$

Igualando a época zero, obtemos:

$$\begin{aligned}
70 &= 50 + \frac{50}{1+i} \\
20 &= \frac{50}{1+i} \\
1+i &= 2,5 \\
i &= 1,5
\end{aligned}$$

Portanto, a taxa de juros mensal cobrada pela loja é 150%.

No exemplo 7, um leigo poderia pensar que a taxa de juros seria de 30%, considerando que a taxa de juros cobrada pela loja, seria igual ao percentual dado à vista. Nesse caso, o juro praticado pela loja é bem maior, 150%. Pois o valor financiado é 20 reais, valor à vista, menos o valor pago no ato da compra $(70 - 50)$. Como o valor da prestação após um mês é 50 reais e o valor devido é 20 reais, temos um juro de 30 reais, que corresponde a 150% de 20.

Exemplo 8: Ao chegar a uma loja, Marcela se depara com as seguintes alternativas de pagamentos:

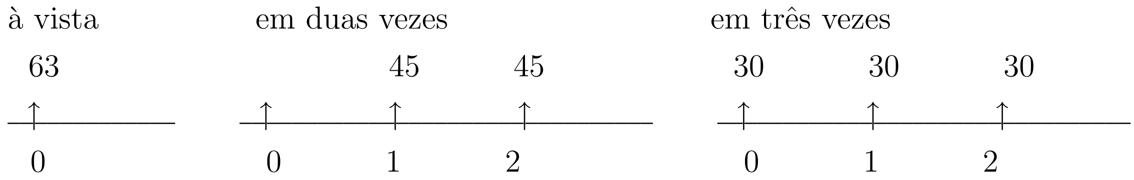
a) à vista com 30% de desconto.

b) em duas prestações mensais iguais sem descontos, vencendo a primeira um mês após a compra.

c) em três prestações mensais iguais, sem desconto, vencendo a primeira no ato da compra.

Qual a melhor opção para Marcela, se o dinheiro vale para ela 25% ao mês sabendo que determinado produto custa $R\$ \ 90,00$?

Esquema de Equivalência de capitais



É necessário que saibamos o valor de cada pagamento em uma mesma data para poder comparar a melhor alternativa de pagamento.

Escolhendo a data zero obtemos:

a) $C_0 = 0,70 \cdot 90 = 63$

b) $C_0 = \dfrac{45}{1,25} + \dfrac{45}{1,25^2}$

$C_0 = 64,8$

c) $C_0 = 30 + \dfrac{30}{1,25} + \dfrac{30}{1,25^2}$

$C_0 = 73,20$

Portanto, a melhor opção para Marcela é a primeira (à vista), pois possui o menor valor presente.

2.2.4 Taxa mínima de atratividade

Observamos nos exemplos anteriores, que, para consumidores, com bom poder aquisitivo, seria melhor comprar a vista do que a prazo, a não ser que possuam alternativas de investimentos em que lhes sejam oferecidas taxas maiores ou iguais a do mercado, a partir dessa taxa, o investidor consegue fazer render seu capital. Essa taxa dá-se o nome de taxa mínima de atratividade.

Exemplo 9: Heloisa recebeu uma oferta de investimento a juros de 12% ao mês. Calculando quanto obteria em um ano, Heloisa considerou o investimento pouco atraente, pois queria obter o mesmo montante em apenas seis meses. Qual a taxa mínima (mensal) de atratividade de Heloisa?

Montante após seis meses: $C_n = C_0 \cdot (1+i_a)^6$ sendo i_a a taxa minima de atratividade.

Montante após 12 meses $C_{12} = C_0 \cdot (1 + 0,12)^{12}$.

Igualando os dois montantes obtemos:

$$\begin{aligned} 1 + i_a &= 1,12^2 \\ i_a &= 0,2544 = 25,44\% \end{aligned}$$

Portanto, a taxa mínima mensal de atratividade é $25,44\%$.

2.2.5 Taxa efetiva

É a taxa que realmente é cobrada no período em que foi fornecida, independe do período de capitalização. Quando queremos ajustar uma taxa ao período de capitalização utilizamos a equivalência de taxas (17).

2.2.6 Taxa equivalente

Dizemos que duas taxas são equivalentes quando um valor é aplicado por um prazo e, calculando o montante com as diversas taxas, obtemos o mesmo resultado (18).

Teorema 2. *Se a taxa de juros relativamente a um determinado período de tempo é igual a i, a taxa de juros relativamente à n períodos de tempo e igual a I tal que $1 + I = (1 + i)^n$.*

Prova 2. *O montante e o mesmo pela definição de taxas equivalentes. Calculando o montante com as duas taxas, obtemos: $C_0(1 + I) = C_0(1 + i)^n$.*

Exemplo 10: Determine as taxas mensais equivalentes a 100% ao ano e 39% ao trimestre.

100% ao ano
1 ano $\rightarrow$ 12 meses
$n = 12$
$(1 + I) = (1 + i)^n (1 + 0,39) = (1 + i)^3$
$2 = (1 + i)^{12}$
$i = \sqrt[12]{2} - 1$
$i \cong 0,0595$
$5,95\%$ ao mês.

39% ao trimestre
1 trimestre $\rightarrow$ 3 meses
$n = 3$
$i = \sqrt[3]{1,39} - 1$
$i \cong 0,1160$
$11,60\%$ ao mês.

Exemplo 11: Determine as taxas anuais equivalentes a 6% ao mês e a 12% ao trimestre

6% ao ano	12% ao trimestre
1 ano $\to$ 12 meses	1 ano $\to$ 4 trimestre
$I = ?$	$I = ?$
$i = 0,06$	$i = 0,12$
$n = 12$	$n = 4$
$1 + I = 1,06^{12}$	$1 + I = 1,12^{4}$
$I \cong 1,0122$	$I \cong 0,5735$
$101,22\%$ ao ano.	$57,35\%$ ao ano.

2.2.7 Taxas proporcionais

Um erro muito comum é acreditar que 12% ao mês, equivalem a juros de 144% ao ano, e nos exemplos anteriores mostramos que isso não é verdade. Taxas como 12% ao mês e 144% ao ano são ditas proporcionais, pois a razão entre elas é igual a razão dos períodos aos quais elas se referem. A proporcionalidade de taxas é realizada como se estivéssemos tratando de Juros simples (13).

Um péssimo hábito em Matemática Financeira é o de anunciar taxas proporcionais como se fossem equivalentes. Uma expressão como 36% ao ano com capitalização mensal significa que lhe e proporcional. Assim, tradução da frase 12% ao ano com capitalização mensal é de 1% ao mês.

Exemplo 12: Mário investe seu dinheiro a juros de 18% ao ano com capitalização mensal. Qual a taxa anual de juros, a qual está investido o capital de Mário?

O capital de Mário está investido a uma taxa proporcional de $\dfrac{18\%}{12} = 1,5\%$ ao mês. A taxa anual equivalente é:

$$\begin{aligned} 1 + I &= 1,015^{12} \\ I &\cong 0,195 \end{aligned}$$

Ou seja, $19,50\%$ ao ano.

Observação 1. *Há uma significante diferença entre a taxa de* 18%*, chamada taxa nominal (falsa) e a taxa efetiva (verdadeira) de* $19,50\%$.

2.2.8 Relação entre taxa efetiva e taxa nominal

Chamaremos de: $I \to$ Taxa efetiva no período desejado, $i_n \to$ Taxa nominal no período capitalizado, $i \to$ Taxa proporcional a $i_n, n \to$ Período de capitalização.

Pelo Teorema 2, temos: $1 + I = (1 + i)^n$, e sabemos que $i = \dfrac{i_n}{n}$, logo $1 + I = \left(1 + \dfrac{i_n}{n}\right)^n$.

Exemplo 13: Determinar a taxa efetiva semestral correspondente a 24% ao semestre com capitalização mensal.

$$\begin{aligned} I &= \left(1 + \frac{0,24}{6}\right)^6 - 1 \\ I &\cong 0,265 \\ I &= 26,5\% \text{ ao Semestre.} \end{aligned}$$

2.2.9 Inflação

Um período inflacionado é uma época de preços em elevação. Durante um período inflacionário,certa quantia de dinheiro compra uma menor quantidade de bens do que comprava antes.

A elevação esporádica dos preços de alguns bens na economia, a exemplo do que ocorre com os produtos agrícolas, na safra e entressafra, não é considerada como inflação (20).

Exemplo 14: Em um mês cuja inflação foi de 25%, Paulo Jorge investiu seu capital a juros de 30% ao mês. Qual o percentual de acréscimo de poder aquisitivo de Paulo Jorge?

Queremos encontrar a taxa real de juros, suponhamos que no início do referido mês, o capital c de Paulo Jorge pudesse comprar x artigos de preço unitário igual a p. No final no mês o capital passou a ser $1,3c$ e o preço unitário passou a ser $1,25p$. Logo Paulo Jorge poderá comprar $\dfrac{1,3c}{1,25p} = 1,04$, portanto o poder de compra de Paulo Jorge aumentou 4% nesse mês.

Logo temos: 30% a taxa aparente de juros e 4% a taxa real de juros.

Teorema 3. *Se i_a é a taxa aparente de juros, i_r a taxa real de juros e I a taxa de inflação, todas referidas ao mesmo período de tempo. Então:* $1 + i_a = (1 + I)(1 + i_r)$.

Prova 3. *Se x reais compravam $\dfrac{x}{p}$ artigos de preço p, $[(1 + i_a) \cdot x]$ reais comprarão $\left[\dfrac{(1 + i_a) \cdot x}{(1 + I}) \cdot p\right]$ artigos de preço $[(1+I) \cdot p]$. Logo a taxa de crescimento da quantidade* *comprada é:*

$$\left[i_r = \frac{(1+i_a)\cdot x}{(1+I).p} - \frac{x}{p}\right] = \frac{1+i_a}{1+I} - 1 \text{ daí } 1+i_r = \frac{1+i_a}{1+I}$$

2.3 Anuidades ou séries uniformes de pagamentos

2.3.1 Introdução

Vimos anteriormente que o capital era pago ou recebido de uma única vez. Será abordada nesse capítulo a forma de pagamento parcelado, ou seja, a dívida sendo paga através da sucessão de pagamentos (termos). A este conjunto de quantias é chamado séries ou anuidades, ou ainda de renda. Se esses termos forem igualmente espaçados no tempo e iguais, a série diz-se uniforme.

Teorema 4. *O valor de uma série de n pagamentos iguais a p, um tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo i a taxa de juros igual a:*

$$C_0 = p \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Prova 4. *Utilizando a equivalência de capitais, sabemos que o valor presente é equivalente ao somatório de cada pagamento no início do período, ou seja:*

$$C_0 = \frac{P}{1+i} + \frac{P}{(1+i)^2} + \frac{P}{(1+i)^3} + \ldots + \frac{P}{(1+i)^n}$$

Observa-se que os termos formados pelas parcelas no início do período formam uma progressão geométrica, cuja razão é $\frac{1}{1+i}$. Obtemos:

$$C_0 = \frac{p}{1+i} \cdot \frac{\left(\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1\right)}{\frac{1}{1+i}} = \frac{p}{1+i} \cdot \frac{(1+i)^{-}n - 1}{\frac{-i}{1+i}} = p \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Exemplo 15: Determine o valor à vista de uma série de seis prestações de $R\$ \ 20.000,00$, vencíveis mensalmente sabendo que a taxa é 5% ao mês.

$$
\begin{aligned}
C_0 &= ? \\
p &= 20.000,00 \\
i &= 0,05 \\
n &= 6 \\
C_0 &= 20.000 \cdot \frac{1-(1+0,05)^{-6}}{0,05} \\
C_0 &= 400.000 \cdot (1-0,7462) \\
C_0 &= 101.513,84
\end{aligned}
$$

Corolário 1. *O valor de uma série uniforme postecipada, na época do ultimo pagamento é*

$$C_n = p \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Prova 5. *Pelo Teorema 1, temos* $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$ *(equação 1) e pelo Teorema 4 temos* $C_0 = p \cdot \dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ *(equação 2). Substituindo 2 em 1, obtemos* $C_n = p\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$.

Exemplo 16: Que montante obterá, no momento do último depósito, uma pessoa que deposita periodicamente o valor de $R\$$ $1000,00$ durante 24 meses a uma faixa de 1% ao mês?

$$
\begin{aligned}
C_n &= ? \\
p &= 1.000,00 \\
i &= 0,01 \\
n &= 24 \\
C_n &= 1000 \cdot \frac{1-1,01^{-24}}{0,01} \\
C_n &\cong 21243,38
\end{aligned}
$$

Portanto, o valor do montante será aproximadamente de $R\$$ $21243,38$.

Exemplo 17: Um objeto cujo preço à vista é $R\$$ $1.200,00$ é vendido em oito prestações mensais iguais, a primeira sendo paga um mês após a compra. Se os juros são de 8% ao mês, determine o valor das prestações.

$$\begin{aligned}
C_0 &= 1.200\\
p &= ?\\
i &= 0,08\\
n &= 8\\
1.200 &= p\cdot\frac{1-1,08^{-8}}{0,08}\\
P &\cong 208,70
\end{aligned}$$

Portanto, o valor aproximado da prestação é $R\$$ $208,70$.

Exemplo 18: Quantas prestações mensais no valor de $R\$$ $3.104,52$ são necessárias para liquidar um débito de $R\$$ $30.000,00$; sabendo que a taxa de juros é de $3,5\%$ ao mês?

$$\begin{aligned}
C_0 &= 30.000,00\\
p &= 3.104,52\\
i &= 0,035\\
n &= ?\\
30.000 &= 3.104,52\cdot\frac{1-1,035^{-n}}{0,035}\\
1-1,035^{-n} &= 0,3382\\
1,035^{-n} &= 0,662\\
-n &= \frac{\log 0,662}{\log 1,035}\\
n &\cong 12
\end{aligned}$$

Portanto, a quantidade de prestação é 12.

2.3.2 Anuidades antecipadas

Uma anuidade é antecipada quando o pagamento, recebimento ou depósito é efetuado no início do período, ou seja, a primeira parcela ocorre na data zero, sendo essa de mesmo valor das demais parcelas.

Teorema 5. *O valor de uma série de n pagamentos iguais a p, o primeiro sendo efetuados no início do período, é sendo i a taxa de juros iguais a:* $C_0 = p\cdot\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\cdot$

$(1+i)$.

Prova 6. *Faremos pela equivalência de capitais. Sabemos que o valor presente é equivalente ao somatório dos pagamentos no início do período, ou seja:*

Considerando $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$ *(equação 1) e* $C_0 = p \cdot \dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ *(equação 2). Substituindo 2 em 1, obtemos:*

$$\begin{aligned} C_n &= P \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \cdot (1+i)^n \\ C_n &= P \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i) \end{aligned}$$

Exemplo 19: Uma pessoa depositou anualmente $R\$$ $25.000,00$ numa conta de poupança, em nome do seu filho, a juros de 6% ao ano. O primeiro depósito foi feito no dia em que seu filho nasceu e o último por ocasião do seu décimo oitavo aniversário. O dinheiro continuou depositado até o dia em que seu filho completou 20 anos, ocasião em que o montante foi sacado. Quanto sacou?

Primeiro investimento: Depósitos anuais durante 18 anos

$$\begin{aligned} C_n &= 25.000 \cdot \frac{1,06^{-18} - 1}{0,06} \cdot 1,06 \\ C_n &\cong 818.999,80 \end{aligned}$$

Segundo investimento: Aplicação de $R\$$ $818.999,80$ durante três anos

$$\begin{aligned} C_n &= 818.999,80.(1,06)^3 \\ C_n &\cong 975.441,85 \end{aligned}$$

Portanto, o valor que essa pessoa sacou foi aproximadamente a $R\$$ $975.441,85$.

2.3.3 Renda perpétua ou perpetuidade

São rendas que aparecem em locações. Com efeito, quando se aluga um bem, cede-se a posse do mesmo em troca de um aluguel, digamos, mensal. Então, o conjunto dos aluguéis constitui uma renda perpétua ou perpetuidade (23).

Teorema 6. *O valor de uma perpetuidade de termos iguais a p. Um tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo, i a taxa de juros igual a p/i.*

$C_0 = p + \dfrac{p}{(1+i)^2} + \ldots + \dfrac{p}{(1+i)^{n-1}}$. Observe que essas parcelas formam uma progressão geométrica em que $a_1 = p$, $q = \dfrac{1}{1+i}$ e pela soma dos teoremas de uma progressão geométrica temos:

$$\begin{aligned} C_0 &= p \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)} \\ C_0 &= p \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i). \end{aligned}$$

Exemplo 20: Parte do valor de um veículo é financiada por uma companhia de crédito, para ser paga em 20 prestações iguais de $R\$$ 1500,00 sendo a primeira paga no ato da compra do veículo. Sabendo-se que essa financeira cobra juros de 4% ao mês, calcular o valor financiado.

$$\begin{aligned} C_0 &= ? \\ p &= 1500 \\ i &= 4\% = 0,04 \\ n &= 20 \\ C_0 &= 1500 \cdot \frac{1-1,04^{-20}}{0,04} \cdot 1,04 \\ C_0 &\cong 21.200,00 \end{aligned}$$

Portanto, o valor financiado é aproximadamente a $R\$$ 21.200,00.

Corolário 2. *O valor de uma série uniforme antecipada na época do último pagamento é:*

$$C_n = p \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i)$$

2.3.4 Anuidades diferidas

Anuidades diferidas são aquelas em que existe um prazo de carência (ou seja, um tempo antes de efetuar o primeiro pagamento) (1).

Anuidades diferidas antecipadamente em relação a um valor atual são aquelas em que a primeira parcela vence juntamente com a carência, enquanto anuidades postecipadas são aquelas em que a primeira parcela vence um período após a carência (26).

Exemplo 21: Uma pessoa receberá 12 prestações mensais iguais a $R\$$ 20.000,00.

Com uma carência de 12 meses. Sabendo que a taxa de juros é de 4% ao mês, determine o valor atual, com as prestações vencendo no final do intervalo.

Esquema de Equivalência de capitais

$$
\begin{array}{cccccc}
C_0 & & 20.000 & 20.000 & 20.000 \\
\uparrow & & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\
0 & 0\ 1\ 2\ 3 \ldots 12 & & 13 & 14
\end{array}
$$

Igualando os valores na época 12 obtemos

$$
\begin{aligned}
C_0 \quad (1+i)^{12} &= p \cdot \frac{1-(1+i)^{-12}}{i} \\
C_0 \quad &= \frac{20.000 \cdot \frac{1-1{,}04^{-12}}{0{,}04}}{1,04^{12}} \\
C_0 \quad &\cong 117.273,79
\end{aligned}
$$

Portanto, o valor atual é aproximadamente a $R\$$ $117.273,79$.

2.3.5 Anuidades diversas

Conforme Dante (7), anuidades diversas são aquelas em que o período de taxa é diferente do intervalo das prestações. Neste caso, basta inicialmente determinar a taxa para intervalo das prestações, o que podemos fazer através da proporcionalidade ou equivalência de taxas

2.3.6 Anuidades variáveis

São anuidades cujas parcelas não são iguais entre si e poderão ser periódicas ou não (23).

Exemplo 22: Um terreno foi pago em 4 pagamentos da seguinte forma:

Entrada de $R\$$ $1.000,00$

Primeiro mês de $R\$$ $500,00$

Segundo mês de $R\$$ $850,00$

Sexto mês de $R\$$ $900,00$

Calcular o valor à vista do terreno sabendo que a taxa do mercado imobiliário é de $6,5\%$ ao mês.

Basta encontrar o valor atual de cada pagamento.

1. $C_0 = 1.000,00$

2. $C_0 = \dfrac{500}{1,065} = 469,484$

3. $C_0 = \dfrac{850}{1,065^3} = 703,67$

4. $C_0 = \dfrac{900}{1,065^6} = 616,80$

Somando todos os valores, obteremos o valor à vista igual a: $2.789,95$.

2.3.7 Série uniforme mais pagamento complementar

É uma série em que no início das prestações, ou no final da série é feito um pagamento complementar, que funciona nesse caso como *Leasing*.

Exemplo23: Um televisor vendido em seis prestações de $R\$ \ 250,00$, sem entrada, a serem pagos a cada dois meses. Sendo a taxa de juros de 5% ao mês. Determinar o preço a vista.

Inicialmente, é necessário encontrar uma taxa mensal equivalente a taxa de 5% ao mês. Através do teorema 2, temos: $I = (1+i)^2 - 1 = 1,05^2 - 1 = 0,1025$. Logo a nossa taxa bimestral é de $10,25\%$.

$$\begin{aligned} C_0 &= 250.\frac{1-1,1025^{-6}}{0,1025} \\ C_0 &\cong 1080,00 \end{aligned}$$

Portanto, o preço à vista é aproximadamente a $R\$ \ 1080,00$.

2.3.8 Anuidades mais parcelas intermediárias

São parcelas em que intervalos iguais possuem parcelas com outro valor.

Exemplo 24: Uma mercadoria é vendida em 10 prestações mensais, sendo que as prestações ímpares são $R\$ \ 500,00$ e cindo prestações bimestrais de $R\$ \ 300,00$, pois cada parcela par se divide em duas, sendo uma delas no valor de $R\$ \ 500,00$ e outra de $R\$ \ 300,00$.

1. $C_0 = 500 \cdot \dfrac{1 - 1,05^{-10}}{0,05}$

   $C_0 \cong 3.608,86$

2. $i = 5\%$ ao mês equivale a $10,25\%$ ao bimestre.

   $C_0 = 300 \cdot \dfrac{1 - 1,10?25^{-5}}{1,1025}$

   $C_0 = 1.130,01$

Somando os dois valores obtidos em cada caso, têm-se o valor do preço à vista de: $R\$ \ 4.990,87$.

Exemplo 25: Uma mercadoria foi vendida em cinco prestações mensais iguais, de $R\$ \ 2.350,00$, com a primeira no ato da compra, e mais um pagamento complementar de $R\$ \ 8.000,00$, um mês após o pagamento da última prestação. Utilizando uma taxa de $23,5\%$ ao mês. Qual o valor dessa mercadoria a vista?

Valor atual da série (Antecipada).

1. $C_0 = 2.350,00 \cdot \dfrac{1 - 1,235^{-5}}{0,235} \cdot 1,235$
   $C_0 \cong 8.051,35$

Valor atual do complemento

1. $C_0 == \dfrac{8000}{1,235^5} = 2.784,51$

Valor atual total: $8.051,35 + 2.784,51 = 10.835,90$

2.3.9 Série Gradiente

Denomina-se série em gradiente as anuidades variáveis, que variam na forma da progressão aritmética, de razão r (gradiente), sendo p o primeiro pagamento e i a taxa de Juros.

Teorema 7. *O valor de uma série Gradiente de n pagamentos, um tempo antes do primeiro pagamento, é, sendo i a taxa de juros, igual a:*

$$C_0 = \left(p + \frac{r}{i}\right) \cdot \left(1 - (1+i)^{-n} i\right) - \frac{n \cdot r \cdot (1+i)^{-n}}{i}$$

Prova 7.

$$\begin{array}{ccccc} C_0 & p & p+r & & p+(p-1)\cdot r \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & & \uparrow \\ \hline 0 & 1 & 2 & & n \end{array}$$

Igualando na data zero obtemos:

$$C_0 = \frac{p}{1+i} + \frac{p+r}{(1+i)^2} + \frac{p+(n-1)\cdot r}{(1+i)^n}$$

Fazendo $C_0 - [C_0 \div (1+i)]$ *temos:*

$$\begin{aligned}
C_0 &= \frac{p}{1+i} + \frac{p+r}{(1+i)^2} - \frac{p}{(1+i)^2} + \ldots \frac{p+(n-1)\cdot r}{(1+i)^n} - \frac{p+(n-2)\cdot r}{(1+i)^n} - \frac{p+(n-1)\cdot r}{(1+i)^{n+1}} \\
C_0 &= \frac{p}{1+i} + \frac{r}{(1+i)^2} + \ldots \frac{r}{(1+i)^n} - \frac{p+n\cdot r - r}{(1+i)^n} \\
C_0 &= \left(1 - \frac{1}{1+i}\right) + \frac{P}{1+i} + r \cdot \frac{1}{1+i} \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i} - \frac{P+n\cdot r - r}{(1+i)^{n-1}} \\
C_0 &= \frac{p}{i} - \frac{p}{(1+i)^n \cdot i} + \frac{r}{i^2}(1-(1+i)^{-n+1}) + \frac{r}{i(1+i)^n} \\
C_0 &= \frac{p}{i}(1 - |1+i|^n) + \frac{r}{i^2}(1-(1+i)-n) - \frac{n\cdot r\cdot(1+i)^{-n}}{i} \\
C_0 &= \left(p + \frac{r}{i}\right)\left(\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right) - \frac{n\cdot r\cdot(1+i)^{-n}}{i}
\end{aligned}$$

Exemplo 26: Uma mercadoria foi adquirida em quatro prestações mensais sem entrada, sendo a primeira no valor de $R\$$ $3.000,00$. A segunda de $R\$$ $6.000,00$, a terceira de $R\$$ $9000,00$ e a quarta de $R\$$ $12.000,00$, sabendo que a taxa de juros é de 15% ao mês, qual é o valor desta mercadoria à vista?

$$\begin{aligned}
r &= 3.000,00 \\
C_0 &= \left(3.000 + \frac{3.000}{0,15}\right)\left(\frac{1-1,15^{-4}}{0,15}\right) - \frac{4 \times 3.000 \times 1,15^{-4}}{0,15} \\
C_0 &= 19.924,25
\end{aligned}$$

Portanto, o valor da mercadoria à vista é $R\$$ $19.924,25$.

2.4 Depreciação

2.4.1 Introdução

Os bens adquiridos por uma pessoa física ou jurídica estão sujeitos a constantes desvalorizações, devido, principalmente, ao desgaste, ao envelhecimento e ao avanço tecnológico.

A depreciação constitui, portanto, a diferença entre o preço de compra de um bem e seu valor de troca (valor residual) depois de certo tempo de uso.

2.4.2 Plano de depreciação

Plano de Depreciação é a representação gráfica da depreciação de um bem.

2.4.3 Métodos de depreciação linear

É o método mais simples e mais utilizado. Consiste apenas em dividir o total a depreciar pelo número de anos de vida útil de um bem.

Exemplo 27: Calcular o valor de depreciação de uma máquina de $R\$ \ 400.000,00$. Sabendo que a vida útil é de 5 anos, e o valor residual de $R\$ \ 50.000,00$.

Valor da depreciação $\rightarrow DL = ?$

Valor da compra do bem $\rightarrow C_0 = 400.000,00$

Valor Residual $\rightarrow R = 50.000,00$

Vida útil $\rightarrow n = 5$ anos

Logo $DL = \dfrac{C_0 - R}{n}$

$$
\begin{aligned}
DL &= \frac{400.000,00 - 50.000,00}{5} \\
DL &= 70.000,000 \text{ anuais} \\
(1+i)^5 &= \frac{50.000}{400.00} \\
(1+i)^5 &= 0,125 \\
1 - i &= \sqrt[5]{0,125} \\
i &\cong 0,3402
\end{aligned}
$$

N	Depreciação	Depreciação ac.	Taxa fixa	Residual
0				400.00,00
1	136.098,42	136.098,42	34,02	263.901,58
2	89.741,47	225.889,89	34,02	174.110,11
3	59.240,47	285.130,17	34,02	114.869,83
4	39.084,00	324.214,17	34,02	75.785,83
5	25.785,83	350.000,00	34,02	50.000,00

Tabela 2.1: Planilha de depreciação.

2.5 Amortização e empréstimos

2.5.1 Introdução

Quando se paga parceladamente um débito, cada pagamento têm uma dupla finalidade, parte quita os juros, parte amortiza (abate) a dívida.

2.5.2 Sistema de amortização

Neste tópico serão apresentados os sistemas de amortização mais utilizados no Brasil, ou seja, o Sistema Francês (Tabela *Price*) e o Sistema de Amortização constante (SAC). Esses dois sistemas são frequentemente utilizados pelo sistema financeiro de habitação, principalmente nas operações de financiamento para casa própria.

2.5.3 Sistema de amortização constante (SAC)

Consiste no plano de amortização de um débito em prestações periódicas sucessivas e decrescentes, em progressão aritmética. A parcela de amortização é obtida dividindo-se o valor do empréstimo pelo número de prestações, enquanto o valor da parcela de juros é determinado pela multiplicação de saldo devedor imediatamente anterior pela taxa de juros (18).

No SAC as parcelas de amortização são constantes e as prestações decrescentes.

Exemplo 28: Numa dívida de $R\$ \ 100,00$ é paga respectivamente, a parcela de amortização, a parcela de juros, a prestação e o estado da dívida na época K.

Como as amortizações são iguais, cada amortização será $\frac{1}{5}$ da dívida. Logo $A_k = \frac{100}{5} = 20$.

$$\begin{aligned} D_1 &= 100 - 20 = 80 & J_1 &= 0,15.100 = 15 \\ D_2 &= 80 - 20 = 60 & J_2 &= 0,15.80 = 12 \\ D_3 &= 60 - 20 = 40 & J_3 &= 0,15.60 = 9 \\ D_4 &= 40 - 20 = 20 & J_4 &= 0,15.40 = 6 \\ D_5 &= 20 - 20 = 0 & J_5 &= 0,15.20 = 3 \end{aligned}$$

$$P_k = A_k + J_k$$

0				100
1	35	20	15	80
2	32	20	12	60
3	29	20	9	40
4	26	20	6	20
5	23	20	3	0

Tabela 2.2: Planilha de Amortização (SAC).

Teorema 8. *No SAC sendo n o número de pagamentos e i a taxa de juros,*

$$1.\ A_k = \frac{D_0}{n} \quad 2.\ D_k = \frac{n-k}{n} \quad 3.\ J_k = i.D_{k-1} \quad 4.\ P_k = A_k + J_k$$

Prova 8. *3 e 4 resultam da própria definição.*

1. *Se a dívida D_0 é amortizada em n parcelas iguais, cada parcela vale $A_k = \dfrac{D_0}{n}$*

2. *O estado da dívida após k amortizações é*

$$\begin{aligned} D_k &= D_0 - k \cdot \frac{D_0}{n} \\ D_k &= \frac{n-k}{n} \cdot D_0 \end{aligned}$$

2.5.4 Sistema Francês de amortização (Tabela *Price*)

O sistema francês de amortização é mais conhecido no Brasil como "sistema da Tabela *Price*"ou simplesmente, "Tabela *Price*".

A denominação "Tabela *Price*"se deve ao nome do matemático e filósofo inglês Richard *Price*, que viveu no século XVIII e que incorporou a teoria dos juros compostos às amortizações de empréstimos (ou financiamento). A denominação "sistema francês"já sinaliza a qual país de origem se refere, França, no século XIX. Este sistema consiste na devolução do principal mais os juros em prestações de valor igual de mesmo intervalo entre parcelas. A taxa de juros sempre deverá corresponder ao período de amortização (10).

A parcela de amortização consiste na diferença entre a prestação e o valor da parcela de juros.

Teorema 9: No sistema Francês de Amortização, sendo i a taxa de juros e n o numero de pagamentos, temos:

1. $P_0 = D_0 \cdot \dfrac{i}{1-(1+i)^{-n}}$

2. $D_k = D_0 \cdot \dfrac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{1-(1+k)^{-n}}$

3. $J_k = i \cdot D_(k-1)$

4. $A_k = P_k - J_1$

Prova 9. *1 É uma formula decorrente do teorema 6.*

3 e 4 decorrem da própria definição.

Observamos que D_0 é liquidado por 4 pagamentos. D_1 é liquidado por três pagamentos sucessivos e postecipados, e assim sucessivamente iguais a P_k. Logo P_k será liquidado por $n-k$ pagamentos. Portanto temos pelo Teorema 5:

$$\begin{aligned} 1: D_k &= P_k \cdot \frac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{i}, \qquad \textit{substituindo na equação obtemos} \\ D_k &= D_0 \cdot \frac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{1-(1+i)^{-n}} \end{aligned}$$

Exemplo 29: Uma dívida de $R\$\ 150,00$ é paga pelo sistema francês, em quatro meses, com juros de 8% ao mês. Faça a planilha de amortização.

Por definição, as prestações possuem o mesmo valor, logo, cada prestação será:

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{C_0 \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}, \\
P &= \frac{150 \times 0,08}{1-1,08^{-4}} \cong 45,29
\end{aligned}
$$

N	P_k	A_k	J_k	D_k
0				150,00
1	45,29	33,29	12,00	116,71
2	45,29	35,95	9,34	80,76
3	45,29	38,83	6,46	41,93
4	45,29	41,93	3,36	

Tabela 2.3: Planilha de Amortização (*Price*).

Capítulo 3

Metodologia

A metodologia objetiva traçar as etapas fundamentais do estudo, apontando procedimentos e técnicas utilizadas para atender os objetivos propostos.

Como procedimentos e técnicas, a dissertação foi desenvolvida com base em uma pesquisa exploratória, qualitativa, com fins de aplicação, através de meios teórico-bibliográficos, de observação, análise crítica e proposta de ações educacionais pontuais para atender a finalidade da pesquisa.

A pesquisa exploratória, segundo Gil (12), tem a finalidade de proporcionar maior familiaridade com o problema, explicitando-o ou levantando hipóteses. Tem como função principal aprimorar idéias e descobrir intuições. A pesquisa tem um planejamento bastante flexível, de modo que possibilita a consideração dos mais variados aspectos relativos ao fato estudado. Em muitos casos essas pesquisas envolvem análise de exemplos que estimulam a compreensão.

Nessas bases, o estudo contempla a exploração dos conhecimentos matemáticos em suas amplas condições de inserção no contexto doméstico, com mostras de exemplos práticos que possibilitam compreender a importância da disciplina de Matemática Financeira no cotidiano das pessoas.

Quanto à abordagem qualitativa da pesquisa, esta:

> Considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem ((32), p. 20).

O método indutivo possibilita analisar dados particulares e inferir verdades universais, considerando que o conhecimento é fundamentado na experiência. No raciocínio indutivo, a generalização deriva de observações de casos da realidade concreta.

Para Lakatos e Marconi ((15), p. 87), para a análise indutiva é necessário considerar:

> **a)** observação dos fenômenos - nessa etapa observamos os fatos ou fenômenos e os analisamos, com a finalidade de descobrir as causas de sua manifestação;
>
> **b)** descoberta da relação entre eles - na segunda etapa procuramos por intermédio da comparação, aproximar os fatos ou fenômenos, com a finalidade de descobrir a relação constante existente entre eles;
>
> **c)** generalização da relação - nessa última etapa, generalizamos a relação encontrada na precedente, entre os fenômenos e fatos semelhantes, *muitos dos quais ainda não observamos* (e muitos inclusive inobserváveis).

Para o estudo, fez-se uma pesquisa qualitativa, considerando a vivência social dos aprendentes,as possibilidades de conscientização para com o trato das finanças, percepção do real significado do dinheiro e compreensão do ensino acadêmico e sua relação estreita com o mundo real do indivíduo. Todos esses aspectos são mensurados e discutidos pelo pesquisador.

A pesquisa aplicada, conforme Silva e Menezes ((32), p. 20), "objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática e dirigida à solução de problemas específicos. Envolve verdades e interesses locais".

Neste sentido, atividades de Matemática Financeira são propostas para aplicação prática no cotidiano alunos do ensino médio, do Campus IFRN - Macau, com vistas a solucionar problemas específicos com as finanças domésticas.

Os meios de pesquisa teórico-bibliográficos se estruturam em teorias elaboradas a partir de material já publicado, que se constitui de livros, artigos científicos e de materiais disponibilizados na internet (12).

Para a pesquisa, consultas literárias foram feitas de maneira exaustiva, contemplando livros e artigos científicos de autores que investigaram sobremaneira o assunto, com maior aprofundamento em dissertações já publicadas sobre o tema e em livros didáticos específicos de matemática.As teorias tratam dos conceitos, história, aplicabilidade e utilização da Matemática Financeira no ensino médio.

A observação na pesquisa ocorre quanto se utiliza os sentidos na obtenção de dados de determinados aspectos da realidade, podendo registrar dados à medida que ocorrem e ser feita por indivíduos ou grupos (32).

A observação para o estudo se deu in loco, especificamente nas salas de aulas do ensino médio do Campus IFRN - Macau, em que o pesquisador leciona matemática. De maneira não planejada, as percepções sobre as dificuldades de lida com o dinheiro foram sendo identificadas e convicções de uma abordagem com essa finalidade foi sendo construída, que culminou na elaboração de atividades que contemplassem a Matemática Financeira no universo doméstico do aluno.

Na análise crítica, o pesquisador utiliza atividades de Matemática Financeira que se alicerçam em situações reais dos aprendentes, para discutir e avaliar criticamente cada situação de gastos, financiamentos e investimentos. O objetivo foi de fazer uma relação direta entre a aplicação de conteúdos e o contexto de vida dos aprendentes.

A proposta dissertativa se substancia, portanto, em aplicar as atividades formuladas na prática do dia a dia, com informações financeiras que possibilitam promover ações significativas na vida dos aprendentes.

Capítulo 4

Proposta de aplicação da Matemática Financeira na economia doméstica

No dia a dia nos deparamos com diversas situações nas quais a Matemática Financeira apresenta aplicações, principalmente, no atual sistema econômico. As facilidades de pagamento e o uso do cartão de crédito são duas ferramentas usadas cotidianamente e que, se não forem bem avaliadas em seus usos, podem comprometer o orçamento doméstico.

Compete ao professor orientar os alunos e torná-los consumidores que questionam as vantagens oferecidas pelas empresas e, ao mesmo tempo, ensinar as maneiras de calcular as melhores formas de pagamento para cada situação.

É importante salientar que, em situações de financiamento de carros, casas e eletrodomésticos, compras a crediário ou com cartão de crédito e aplicações financeiras, dentre outras, todas são acrescidas juros e, portanto, é necessário clarificar que todas as movimentações financeiras são baseadas na estipulação prévia da taxa de juros.

Baseado nesta necessidade, o presente capítulo pretende apresentar de forma clara exemplos cotidianos do uso da Matemática Financeira, com discussões e reflexões em cada abordagem.

4.1 Exemplos práticos da Matemática Financeira no espaço doméstico

As atividades são desenvolvidas em número de cinco, que problematizam questões financeiras sobre compra á vista x compra a prazo, pagamento da primeira parcela e última parcela, pagamento mínimo do cartão de crédito, organizam uma planilha de custos com orçamento doméstico e mensuram financiamento de veículo e prazo para pagamento.

A atividade um, que exemplifica um comparativo entre compra à vista x compra a prazo se posta da seguinte forma: a mãe de um dos alunos do segundo ano do ensino médio do IFRN, campus Macau, solicitou a ajuda do filho para a compra de um fogão, sendo o valor do eletrodoméstico de $R\$ \ 900,00$.

Para a compra, as seguintes opções devem ser consideradas para o pagamento: 5% de desconto no valor à vista ou dividido em três parcelas, sendo a primeira no ato da compra e as seguintes divididas em duas parcelas de 30 e 60 dias.

O problema se dispõe em escolher qual a melhor forma de pagamento, sabendo que foi possível conseguir um tipo de investimento que lhe paga juros de 5% ao mês pelo dinheiro referente à 2ª e 3ª parcelas.

Situações como essas, apresentadas na atividade, estão presentes na vida de todas as pessoas e que costumam deixar dúvidas diante de decisões de compras, de escolhas sobre o plano ou oferta mais conveniente e para a tomada da melhor decisão, é importante considerar elementos como taxa de juros e disponibilidade do comprador.

Na presente atividade, para uma conclusão viável e de melhor opção sob o ponto de vista econômico, usaremos dois conceitos da Matemática Financeira, que são os fatores de correção e o valor do dinheiro no tempo, pois na experiência prática percebemos que muitos erros são cometidos por desconhecimento desses conceitos, que são deveras importantes para a educação financeiras das pessoas.

Na opção 1, que contempla os fatores de correção, se teria um desconto de 5%, portanto o fator de correção é 0,95, ou seja, $900 \times 0,95$, nesse caso teríamos como valor à vista $R\$ \ 855,00$.

Na opção 2, que considera o valor do dinheiro no tempo, se pagaria a primeira parcela no ato da compra e as posteriores com intervalo de 30 e 60 dias após a aquisição. Para encontramos o valor presente do dinheiro da 2ª parcela, dividiríamos 300 reais por $(1+0,05)$, e obteríamos um valor de aproximadamente $R\$ \ 285,72$, o que significa que esse valor aplicado a 5% ao mês, encontraríamos 300 reais da parcela.

Calculando o valor presente da 3ª parcela, dividíamos os 300 reais por $(1+0,05)^2$, pois esse valor será pago após 2 meses.

O valor presente do dinheiro encontrado foi de aproximadamente $R\$ \ 272,11$ e somando os valores presentes, $R\$ \ 300,00$ (ato da compra), $R\$ \ 285,72$ da 2ª parcela e $R\$ \ 272,11$ da 3ª, encontraríamos $R\$ \ 857,83$, como esse valor é maior que o preço à vista, concluímos que a 1ª opção, compra à vista, é mais vantajosa do ponto de vista econômico.

Portanto, todas as decisões que envolvem compras ou investimentos estão apoiadas no fato do valor que o dinheiro terá ou teve em outra data, levando em conta a taxa de juros que incide sobre os valores aplicados.

Na atividade dois, o questionamento se substancia em uma condição de compra financiada, com discussão sobre o pagamento da primeira parcela e última parcela.

Comumente, nos fóruns de Defesa do Consumidor, perguntas como essas surgem como dúvidas dos consumidores: comprei um veículo pelo sistema CDC (Crédito Direto ao Consumidor) e financiei $R\$ \ 10.000,00$ em dez parcelas de $R\$ \ 1.113,27$, a juros de 2% ao mês, solicito melhores esclarecimentos sobre as parcelas, pois tenho dinheiro para pagar duas parcelas, é melhor pagar as duas primeiras, pagar a primeira e a última, ou tanto faz?

Dúvidas desse tipo são comuns na vida da maioria das pessoas, infelizmente, essas temáticas costumam frequentar nossas vidas, mas não as salas de aula da educação básica e muitas vezes nem dos cursos de formação de professores de matemática.

Usaremos para a discussão, alguns conceitos importantes da Matemática Financeira, como fator de correção, valor do dinheiro no tempo, amortização e introduziremos o fluxo de caixa para melhor entendimento.

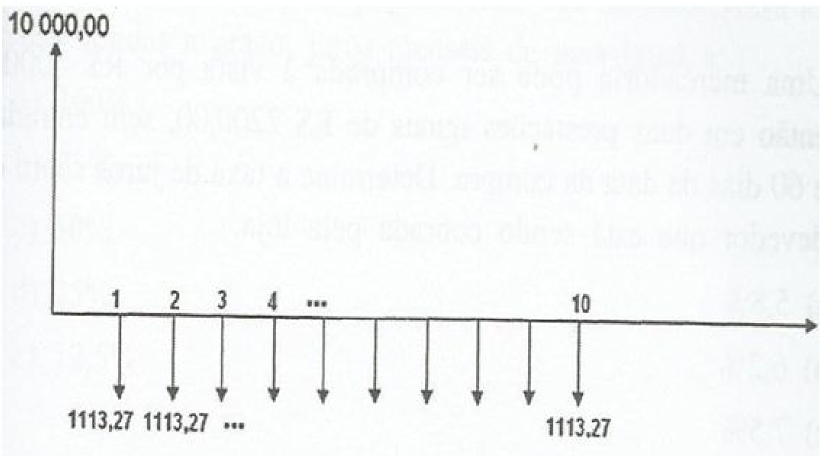


Figura 4.1: Fluxo de caixa.

O valor financiado foi de $R\$ \ 10.000,00$,e na figura 1 (fluxo de caixa) está com a seta para cima, indicando entrada para o consumidor. Calculando o valor das parcelas pela fórmula de amortização, temos:

$$\begin{aligned} p &= \frac{c \cdot i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \\ p &= \frac{10000 \cdot 0,02 \cdot (1+0,02)^10}{(1+0,02)^{10} - 1} \\ P &= 1113,27 \end{aligned}$$

Nesse caso, na figura 1 (fluxo de caixa) você encontrará dez setas para baixo, indicando a saída do dinheiro, cujo valor é $R\$ \ 1.113,27$.

Como o financiamento do veículo foi feito através do CDC, podemos antecipar o pagamento das parcelas devidas, obtendo descontos no valor das mesmas.

O consumidor está querendo pagar a primeira e antecipar a décima, mas nessa opção ele estaria fazendo uma antecipação de nove meses, o valor a ser pago seria de: $1113,27 : (1,02)9 \cong R\$ \ 931,53$. Nessa hipótese, o valor total a ser pago pelas duas prestações seria de $1113,27 + 931,53 = R\$ \ 2044,80$. Caso ele pague as duas primeiras, ele estará antecipando a segunda em um mês, o valor a ser pago, será: $1113,27 : 1,02 = R\$ \ 1091,44$. Nesse caso, ele estaria pagando, pelas duas prestações um total de $1113,27 + 1091,44 = R\$ \ 2204,71$. Comparando essas duas situações, verificamos que ele economizaria $R\$ \ 159,91$ caso optasse pelo pagamento da primeira e a última parcela.

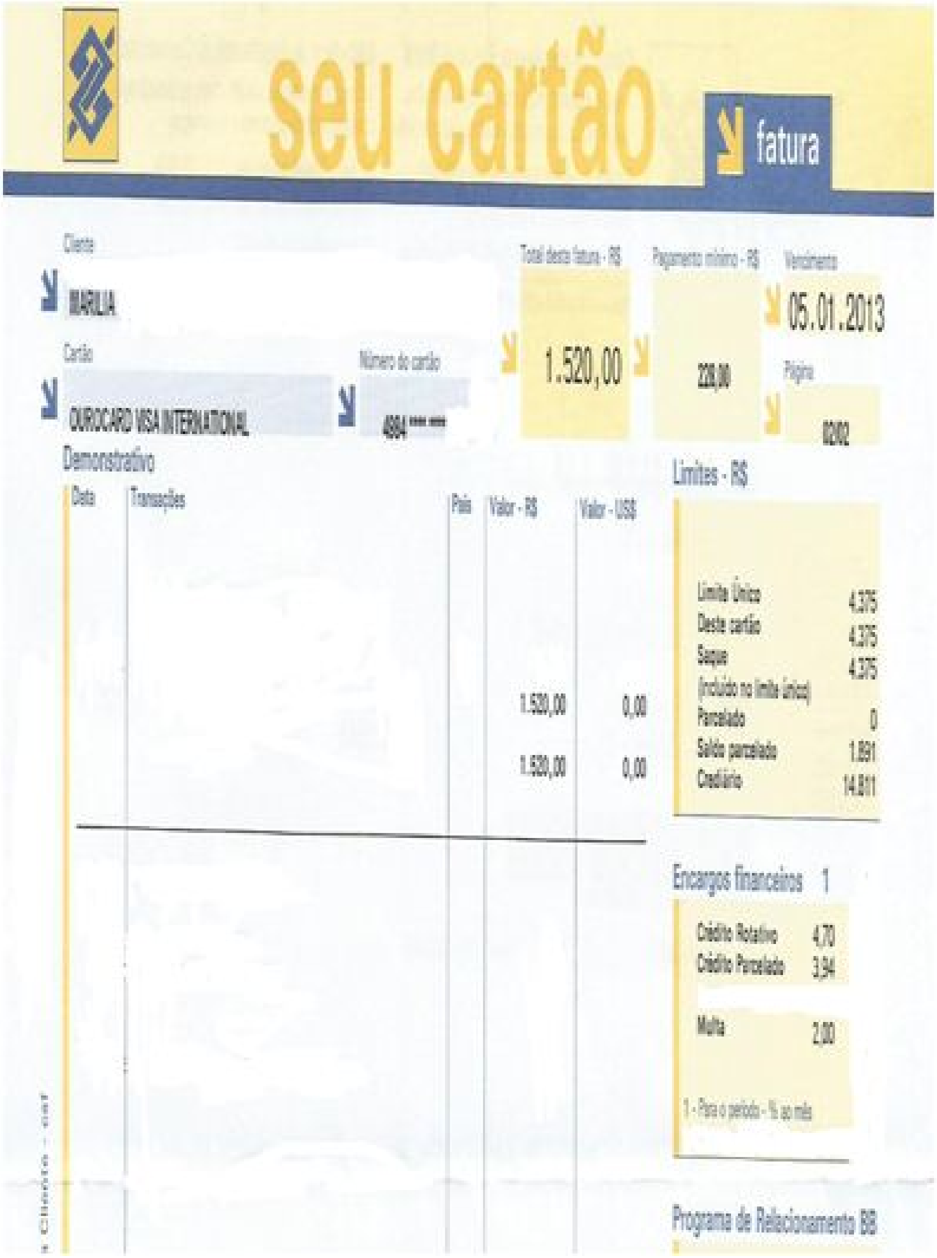
Portanto, um questionamento como este na vivência doméstica, mereceria uma tomada de decisão para pagamento da primeira e última parcela do financiamento.

Para a atividade três, buscou-se exemplificar como o pagamento mínimo no cartão de crédito gera repercussões desfavoráveis nas finanças do indivíduo.

É oportuno situar que o uso do cartão de crédito tem crescido anualmente, devido a facilidades para adquiri-lo e para efetuar compras. Contudo, as informações quanto à forma de uso ainda não são claras para os consumidores, pois se tem a taxa de juros dos cartões de crédito como uma das mais altas praticadas no mercado e essa realidade deixam muitas dúvidas para os consumidores, como a utilização do crédito rotativo, pagamento do valor mínimo, acúmulo de prestações e juros exorbitantes.

Utilizar o cartão de crédito, sem os conhecimentos básicos da matemática financeira pode comprometer sobremaneira o orçamento doméstico e principalmente pode se transformar em um grande problema para o consumidor aprendente, que não souber controlar os gastos com pagamentos efetuados.

Com base nestas afirmações, a proposta da atividade 3 é de uma análise minuciosa nos dados da figura 2 (fatura de cartão de crédito), que demonstra valores que serão cobrados se for efetuado apenas o pagamento mínimo.


seu cartão
fatura

Cliente: MARILIA
Cartão: OUROCARD VISA INTERNACIONAL
Número do cartão: 4984 **** ***

Total desta fatura - R$	Pagamento mínimo - R$	Vencimento
1.520,00	228,00	05.01.2013

Página: 02/02

Demonstrativo

Data	Transações	País	Valor - R$	Valor - US$
			1.520,00	0,00
			1.520,00	0,00

Limites - R$

Limite Único	4.375
Deste cartão	4.375
Saque (incluído no limite único)	4.375
Parcelado	0
Saldo parcelado	1.891
Crediário	14.811

Encargos financeiros 1

Crédito Rotativo	4,70
Crédito Parcelado	3,94
Multa	2,00

1 - Para o período - % ao mês

Programa de Relacionamento BB

Figura 4.2: Fatura de cartão de crédito.

Para entendimento e percepção sobre a Figura 4.2 podemos observar diferentes campos que demonstram valores referentes à fatura do cartão.

No campo total desta fatura encontra-se $R\$$ 1.520, 00 que significa o valor total para pagamento no mês e no espaço do pagamento mínimo encontra-se o valor de $R\$$ 228, 00, que significa mínimo possível para que o cartão continue a ser utilizado com normalidade.

No campo de "limites R ", temos a coluna de limite único que corresponde aos valores disponíveis para efetuação de compras e saques; o campo de saldo parcelado, onde o portador dispõe do referido valor para compras parceladas e a coluna de saldo de crediário, que significa valores para utilização de compras no crediário.

O espaço de "encargos financeiros"demonstram os valores de encargos por atrasos, caso ocorra atrasos no pagamento da fatura. Tem-se o campo de crédito rotativo, que demonstra o valor percentual de juros cobrados pelo uso do crédito rotativo, o campo de crédito parcelado, que indica o percentual de juros cobrados pela utilização do crédito parcelado e o campo de multa, também informando o percentual de multa cobrado por atrasos no pagamento da fatura.

Na avaliação sobre o pagamento, caso o consumidor opte por efetuar apenas o pagamento mínimo, terá que desembolsar apenas $R\$$ 228, 00 do total da fatura (em geral o valor mínimo é fixado em 15% do valor da fatura).

Neste caso, o saldo da fatura que teria que ser financiado, por não ter sido pago o valor integral, seria de $R\$$ 1292, 00 e este valor será acrescido dos encargos pelo atraso no pagamento da dívida financiada. Além do juro do crédito rotativo (4, 7% ao mês), há a multa por atraso (2% ao mês).

Nos cálculos dos respectivos valores, tem-se o juro rotativo, em $R\$$ 60, 72 ($R\$$ 1292, 00 $\times$4, 7%) e a multa por atraso, em $R\$$ 25, 84 ($R\$$ 1292, 00 $\times$ 2%), ou seja, $R\$$ 86, 56 apenas de encargos! No mês seguinte, portanto, a sua dívida, antes de $R\$$ 1292, 00 no cartão, passou a ser $R\$$ 1378, 56, juntamente com valor das compras efetuadas no mês corrente.

Como é possível verificar, a efetuação apenas do pagamento mínimo do cartão gera para o mês seguinte valores que certamente não seriam cobrados se o pagamento total da fatura for efetuado.

Trazendo essa realidade para a aprendizagem em matemática financeira do aprendente, os conhecimentos adquiridos nesse exemplo servirão de alerta e conscientização do uso devido do cartão de crédito e principalmente da necessidade do pagamento do valor total da fatura. Esses saberes são importantes para que de posse de um cartão de crédito, os aprendentes possam utilizá-los devidamente e efetuarem pagamentos que não incorram em juros e encargos financeiros.

Na atividade quatro, foi formulada uma planilha de custos, que tem a finalidade de organizar o orçamento doméstico, em receitas e despesas que são partes comuns e presentes no cotidiano familiar e contribui para uma boa educação financeira.

Uma boa alternativa para manter o orçamento e organizá-lo é confeccionar uma planilha de gastos. Na mesma devem estar inseridos os gastos fixos, variáveis, despesas adicionais e despesas extraordinárias.

Nos gastos fixos se incluem as despesas que são necessárias para que o indivíduo possa viver. Os gastos variáveis são despesas que podem ser cortados com facilidade.

Nas despesas adicionais se incluem os gastos supérfluos, desnecessários para usufruto e as despesas extraordinárias são aqueles gastos que surgem de última hora e por serem inesperados precisa que o indivíduo tenha um planejamento financeiro e guarde sempre um fundo de reserva para essas ocasiões.

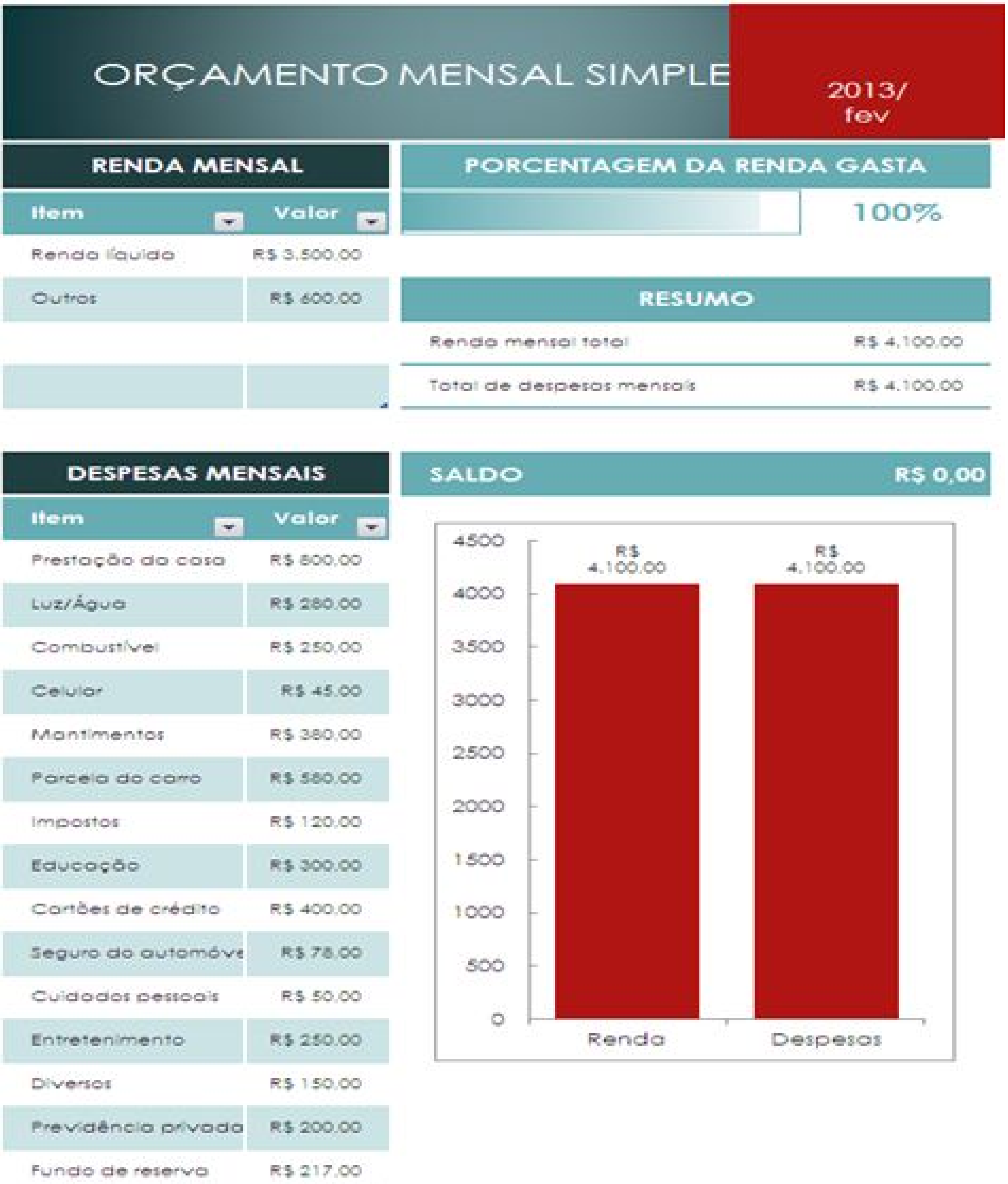


Figura 4.3: Planilha orçamento doméstico.

O objetivo dessa atividade é apresentar aos alunos a importância de anotar todas as receitas líquidas e todas as despesas feitas em certo período (mês ou ano), que certamente facilitará a identificação do que realmente está acontecendo nas suas finanças.

As despesas fixas acontecem todos os meses e não há como reduzir os valores. São gastos como prestação do imóvel, veículos, seguro do carro, impostos, planos de saúde e previdência privada.

As despesas fixas com valores variáveis todos os meses e consomem parte de sua renda, mas que se podem controlar os valores. São gastos como conta de luz, água, telefone, supermercado e combustível.

As despesas variáveis são as despesas que não acontecem todos os meses e dependem da vontade do indivíduo para serem excluídas ou reduzidas. Sustentam-se em gastos com roupas, sapatos e lazer.

Os gastos adicionais podem também serem feitos ou não, dependerá da disposição do indivíduo.

Nos gastos extraordinários, é importante que se destine uma parte da renda para o fundo de reserva (gastos emergenciais) e para aplicação, que pode ser uma previdência privada, poupança, ações e outras aplicações que o mercado oferece.

Com essa atividade, os aprendentes podem tirar proveito da organização de receitas / despesas para utilizá-la no planejamento de suas finanças, com a compreensão de que gastos aleatórios e infundados não contribuem para controle e melhoria financeira.

Neste contexto, metas e objetivos financeiros somente podem ser atingidos com planejamento, equilíbrio de ganhos e gastos, fundo de reserva para emergências, evitar comprar por impulso e usar finanças somente quando necessário.

Esses conhecimentos podem ser adquiridos na educação financeira, proposta pelo educador e substanciada pela matemática financeira.

A atividade cinco é fundamentada em explicitar o financiamento de um veículo e o prazo ideal para pagamento.

No exemplo, o pai de um dos alunos irá comprar um veículo e financiar $R\$ \ 25000,00$ a juro de $1,9\%$ ao mês, e adquirir uma dúvida. A melhor forma de financiamento da dívida será em 12 vezes ou 48 vezes?

Primeiramente, financiamentos com prazo longo podem ficar bem mais onerosos financeiramente, porém a tentação da compra em mais prestações é grande, quando a prestação cabe no bolso, a compra é o objeto de desejo do indivíduo e as parcelas propostas são a perder de vista. Todas essas facilidades induz o consumidor a comprar em mais parcelas, principalmente quando maior é o prazo de pagamento e menor será o desembolso financeiro ao mês.

Cabe atentar nessa atividade, que a estratégia de mais prestações custará caro, pois ao esticar os prazos, se gasta muito mais com o pagamento de juros.

Na análise do prazo menor para pagamento, caso o aprendente decida comprar o veículo e financiar $R\$ \ 25.000,00$ em 12 meses com juros de $1,9\%$ ele pagará uma parcela mensal $R\$ \ 2349,50$, aplicando a Tabela *Price*, em que as prestações ficam todas iguais.

Caso a opção seja feita pelo prazo de 48 meses, as parcelas ficarão bem menores, em 798,55 reais, em compensação, o pagamento de juros ficaria em torno de $R\$ \ 13.330,40$, 317% a mais do que o valor dos juros pagos no parcelamento em 12 meses, cujo pagamento de juros é $R\$$ 3194, 00.

Nessa situação constata-se que quanto menos prestação for paga menos juros também serão pagos. Entretanto, o que fazer, se o aprendente não pode comprar em 12 meses?

A orientação é para economizar, aplicando uma parte da renda e esperar para realizar o sonho da compra do veículo ou então comprar um veículo com menor preço.

Aproveitando essa atividade, em sala de aula, é importante o professor ressaltar que esse efeito que o tempo tem sobre o dinheiro pode ser um ponto positivo para as pessoas, caso ele opte em aplicar o dinheiro em longo prazo.

Uma aplicação numa caderneta de poupança de $R\$$ 100, 00 mensais, em 10 anos, em média rende $R\$$ 17.020, 00, em fundos de investimento, esse valor poderá chegar até a $R\$$ 19.500, 00.

Essas opções de financiamentos e oportunidades de investimentos financeiros podem ser problematizadas em sala de aula, com alunos e professor buscando opções viáveis e menos onerosas de efetuação de despesas e compras.

Ao refletir sobre as atividades de matemática financeira propostas, essas correspondem a situações vivenciais domésticas e que essa relação pode ser plenamente trabalhada na matemática financeira do ensino médio, com o intuito de promover conhecimento e despertar a consciência dos alunos para as próprias finanças.

Na primeira atividade, as formulações sobre compra à vista x compra a prazo oportunizam trazer para a sala de aula, discussões a respeito de consumo, melhor maneira de se pagar compras e tratar as finanças com a racionalidade que elas merecem, pois sem conscientização sobre a melhor forma de comprar e pagar, ônus poderão ser gerados para os aprendentes.

Na segunda atividade, elaborada com base em pagamento da primeira parcela e última parcela, os preceitos da matemática financeira proporcionam conhecimentos sobre financiamentos e pagamento de menos juros.

Desenvolver essa atividade junto aos aprendentes permite raciocínio e análise da situação, propondo condições financeiras vantajosas no uso do dinheiro.

Na terceira atividade, o uso do cartão de credito é um cotidiano doméstico, em que as famílias se veem envolvidas em compras e pagamentos mensais de despesas com cartões. Problematizar o pagamento do cartão de crédito é relacionar uma forma comum de pagamento com os conceitos da matemática financeira e essa referência produz no aprendente percepções ainda não tidas e uma visão mais ampla sobre como funcionam os juros.

Na quarta atividade, a utilização da planilha de custos do orçamento doméstico remete o aprendente para sua vivência, para uma análise de quanto ele pode ganhar em dinheiro e de quanto ele pode gastar. Neste sentido, a matemática financeira aplicada ao espaço doméstico proporciona ao aprendente saberes essenciais para dimensionar o equilíbrio de contas individuais.

Na quinta atividade e última atividade, o financiamento de veículo e o prazo para pagamento explicitado é uma atividade financeira usualmente realizada no âmbito familiar, mas que nem sempre as pessoas utilizam a matemática financeira para avaliar as vantagens no momento da compra.

Conforme Brito et al (6), o desejo de consumir, influencia a tomada de decisão das pessoas, que sem planejamento prévio utilizam a contabilidade mental, e de forma imediatista compram simplesmente por que a parcela cabe no orçamento, muitas vezes sem saberem que estão pagando o dobro do preço do bem ou serviço adquirido.

Para o aprendente, conhecer a melhor maneira de financiar despesas, é também desenvolver habilidades para saber dos riscos e adquirir confiança para investir em oportunidades que propiciem proteção financeira e bem estar.

As atividades propostas estão diretamente voltadas para a vivência cotidiana dos aprendentes, com mostras de problemas envolvendo gastos, suas consequências e as possíveis soluções. Abordá-las na sala de aula contribui para a formação de cidadãos conscientes, capazes de discernir como utilizar corretamente as finanças.

Para somar e estruturar essas ações, o estudo propõe também a criação de um projeto de extensão, como possibilidade de exercitar na prática a econômica doméstica com os alunos.

A proposta em suas pretensões objetiva desenvolver encenações com os alunos através de simulações de compras e formas de pagamentos a partir das atividades postas, além de realizar visitas às lojas de produtos eletrodomésticos para conhecer planos e condições de pagamentos.

Assim, o projeto de extensão proposto visa envolver os alunos nas ações cotidianas da economia doméstica, considerando que a partir do exercício teóricos das atividades em sala de aula, os aprendentes podem diretamente correlacionar os conteúdos didáticos com a realidade vivencial, cotidiana e doméstica de lida com as finanças.

Capítulo 5

Considerações Finais

Ao analisar a matemática financeira no ensino médio e sua contribuição para despertar no aprendente a conscientização na lida com as finanças domésticas, em atendimento ao objetivo posto, conclusões relevantes podem ser evidenciadas.

A começar pelas literaturas, entendemos que foram significantes para estruturar as teorias, com serventia para a formulação e disposição do contexto da pesquisa.

Nas teorias, autores inscreveram que a matemática financeira em suas aplicações, tem grande predominância nas relações financeiras que se estabelecem no campo doméstico.

Elucidaram que no ambiente da sala de aula é preciso reconhecer a importância de contextualizar conteúdos da matemática financeira com a vida familiar do aprendente, com investimentos em uma educação financeira que proporcione ao indivíduo uma formação para viver em sociedade.

Sendo assim, nos estudos teóricos, há de se admitir a essencialidade das redações autorais para alicerçar os discursos do pesquisador.

Nas atividades apresentadas, exemplos com conteúdos da matemática problematizaram questões financeiras do espaço familiar e que os levantes de pagamentos, compras, uso do cartão de crédito, planilha de custos e financiamentos, representaram registros de realidades que os aprendentes comumente vivenciam no âmbito pessoal. A compra de um carro, os juros do cartão de credito, pagamentos á vista ou a prazo e orçamento domestico fazem parte da concretude do dia a dia humano e essas situações foram relacionadas e traduzidas com base nos conceitos de matemática financeira que devem ser aprendidas em sala de aula, no ensino médio.

Portanto, propor capacitação e desenvolver habilidades voltadas para as questões financeiras no ambiente doméstico é uma necessidade do aprendente, é uma condição essencial para que os jovens em processo de formação intelectual possam lidar com sabedoria com o dinheiro, através das potencialidades individuais e conhecimentos matemáticos apreendidos na academia.

Acreditamos, então, que a matemática promove o preparo do aprendente para a vida financeira, com base em uma educação do ensino médio que realmente favoreça essa condição.

Os educadores, em seus papéis, devem buscar uma prática pedagógica transformadora, com discussões e reflexões sobre hábitos de consumo, despertando no aprendente a criticidade, juízo de valor, necessidades reais de consumo e postura de valorização das finanças e discriminação de gastos.

Para além dos educadores, que tem papel crucial no processo educacional, as instituições também podem beneficiar a educação financeira, reformulando metodologia e contextualizando currículos com o mundo social do aprendente. A partir de um ensino de matemática financeira, que desenvolva ações e atividades como as propostas neste estudo, certamente propiciará um despertar critico dos estudantes para enfrentar um planejamento financeiro no presente e no futuro.

Com base nessas ponderações, o objetivo dissertativo traçado foi alcançado, como demonstrações de atividades significativas, capazes de possibilitar aprendizagens substantivas no campo contextual da matemática financeira e do ambiente doméstico do aprendente.

Como contribuições, a pesquisa deixa compreensões, lições e desafios, para a academia, aprendentes e pesquisador.

Para o campo acadêmico, a investigação proporcionou um estudo pontual sobre matemática financeira e suas condições de formação humana, crítica e hábil para com as finanças, com abertura para outras abordagens e novos olhares.

Para os aprendentes, o estudo possibilita lições financeiras que podem efetivamente serem aplicadas na vida pessoal de cada um, pois desperta sobre o uso devido de finanças e conscientiza da importância da educação financeira no ambiente doméstico.

Para o pesquisador o trabalho proporcionou investigações substanciais para o ensino de matemática financeira, deixando desafios, como disseminar e desenvolver práticas no ensino médio com base nas propostas de matemática elaboradas, considerando um ensino voltado para uma cultura mais racional e menos emocional no trato com dinheiro.

Assim, a dissertação ora posta, foi contribuidora para o ensino de matemática financeira no ensino médio, capaz de efetivamente despertar no aprendente a sabedoria para melhor viver com as finanças e consigo mesmo.

Referências Bibliográficas

[1] N. Almeida. Matemática: Ciência e aplicações. *São Paulo: Saraiva*, 2011.

[2] Ubirajara Gomes Azevedo-Filho. Matemática financeira: juros simples e composto. *Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1672-8.pdf. Acesso em 11 mar. 2013*, 2010.

[3] Rita Cássia Batista and Valquíria Zulli Colpani. Economia doméstica. *Revista LOGOS. São José do Rio Pardo, n.20. Disponível em: http://www.feucriopardo.edu.br/logos/artigos/2012/IC_6_logos20_2012.pdf. Acesso em: 06 mar. 2013.*, 2012.

[4] Brasil. Parâmetros curriculares nacionais ensino médio. *Bases Legais, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf Acesso em: 8 mar. 2013.*, 2000.

[5] Brasil. Orientações curriculares para o ensino médio. ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. *Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Disponível em:http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 09 de mar. 2013.*, 2006.

[6] Lucas Silva Brito. A importância da educação financeira nos contextos acadêmico e profissional: um levantamento de dados com alunos universitários. *IX SeGet. Disponível em: http://www.aedb.br/seget/artigos12/49616595.pdf. Acesso em: 06 mar. 2013*, 2012.

[7] Luiz Roberto Dante. Matemática: livro do aluno. 2ª série. 1ª ed. *São Paulo: Ática*, 2004.

[8] Paulo César Xavier Duarte. Matemática financeira: um alicerce para o exercício da cidadania. *Nucleus. Disponível em: https://www.google.com.br/#q=a+importancia+da+matematica+finan*

ceira+nas+empresas+-+pdf&hl=pt-BR&ei=-MBBUZz4NYfU9QSd1ID wDw&start=10&sa=N&bav=on.2,or.r_qf.&fp=c6a586207bc9812e&biw= 1024&bih=643. Acesso em 12 mar. 2013, v.9(n.1), 2012.

[9] Marina Silva Dutra. A influência da educação matemática na economia familiar. *Monografia de Pós-graduação. p, 47 p. Universidade do Extremo Sul Catarinense- UNESC. Criciúma. Disponível em: http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/00003C/00003CA2.pdf Acesso em: 05 mar. 2013.*, 2009.

[10] Howard Eves. Introdução a história da matemática. *Trad. Hygino H. Domingues.Campinas: Editora da UNICAMP*, 2004.

[11] Aurélio Buarque Holanda Ferreira. Novo aurélio século xxi: o dicionário da língua portuguesa. *Rio de Janeiro: Nova Fronteira*, 3. ed.:2128 p, 1999.

[12] Antônio Carlos Gil. Como elaborar projetos de pesquisa. *São Paulo: Atlas. Disponível em: https://professores.faccat.br/moodle/ pluginfile.php/13410/mod_resource/content/1/como_elaborar_projeto_de_ pesquisa_-_antonio_carlos_gil.pdf. Acesso em 11 mar. 2013.*, 4. ed., 2002.

[13] G. Iezzi. Fundamentos da matemática elementar. *São Paulo: Atual*, 2004.

[14] Osmar L. Kuhnen. Matemática financeira e análise de investimentos. *São Paulo: Atlas*, 2000.

[15] Eva Maria Lakatos and Marina Andrade Marconi. Fundamentos de metodologia científica. 5. ed. *São Paulo : Atlas 2003. Disponível em: http://docente.ifrn.edu.br/olivianeta/disciplinas/copy_of_historia-i/historia-ii/china-e-india. Acesso em 11 mar. 2013*, 2003.

[16] Cristiane Bahia Lima and Ilydio Pereira Sá. Matemática financeira no ensino fundamental. *Revista TECCEN. Universidade Severino Sombra. v. 3, n. 1.Disponível em: http://magiadamatematica.com/diversos/artpub/MATEM.pdf. Acesso em: 04 mar. 2013*, 2010.

[17] Elon L. Lima. A matemática do ensino médio. (vol.1 e 2). *Porto Alegre: SBM*, 1998.

[18] A. S. Machado. Matemática. *São Paulo SP: Atual*, Vol. 2., 1988.

[19] Medeiros-Júnior. Matemática financeira. *Caderno IFPR. Sistema Escola Técnica Aberta do Brasil - e-Tec Brasil. Curitiba. Disponível em: http://redeetec.mec.gov.br/images/stories/pdf/proeja/matematica_fin.pdf Acesso em: 06 mar. 2013*, 2012.

[20] Augusto César Morgado. Progressões e matemática financeira. *Porto Alegre - RS: SBM*, 2001.

[21] Rosa Cordelia Novellino Novaes. Uma abordagem visual para o ensino de matemática financeira no ensino médio. *Universidade Federal do Rio de Janeiro. Dissertação de mestrado. 206 p. Rio de Janeiro, 2009.Disponível em: http://bit.profmatbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/81/18% 20Rosa%20Novellino.pdf?sequence=1 Acesso em: 06 mar. 2013*, 2009.

[22] Roger Samuel Onofrillo Oliveira. Educação financeira em sala de aula na perspectiva da etnomatemática. *Graduação em pedagogia. Faculdade de Ciências UNESP , 46 p. Bauru.*, 2007.

[23] L. Paiva. Matemática volume único. *São Paulo: Moderna*, 1999.

[24] Marco Aurélio Silva Preve and Wander Luiz Rocha Flor. Organização financeira familiar: a importância da educação financeira precoce na formação do cidadão e as possibilidades de se desenvolver ações de reeducação financeira. *Anais do III Simpósio sobre Formação de Professores - SIMFOP. Universidade do Sul de Santa Catarina, Campus de Tubarão, 2011. Disponível em: http://linguagem.unisul.br/paginas/ensino/pos/linguagem/simfop/arti gos_III%20sfp/Marco%20Preve_Wander%20Flor.pdf Acesso em: 01 mar. 2013*, 2011.

[25] Ernesto Coutinho Puccini. Matemática financeira. *Disponível em: http://www.faad.icsa.ufpa.br/admead/documentos/submetidos/unidade1 mf.pdf. Acesso em 11 mar. 2013*, 2007.

[26] Ilydio Pereira Sá. Matemática financeira para educadores críticos. *Rio de Janeiro: Editora Ciências Modernas Ltda*, 2011.

[27] José Roberto Ferreira Savoia, André Taue Saito , and Flávia de Angelis Santana. Paradigmas da educação financeira no brasil. *Revista de Administração Pública. Rio de Janeiro, Nov./Dez. 2007. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rap/v41n6/06.pdf. Acesso em 12 abr. 2013.*, 2007.

[28] Jéssica Rohden Schliockmann. A matemática financeira no ensino médio: uma ferramenta pedagógica para o sucesso financeiro pessoal. *Universidade do Sul de Santa Catarina, Campus de Tubarão. Anais do IV Simpósio sobre Formação de Professores - SIMFOP. Tubarão, de 7 a 11 de maio de 2012. Disponível em: http://linguagem.unisul.br/paginas/ensino/pos/linguagem/simfop/artigos_IV%20sfp/_Jessica_Schlickmann.pdf. Acesso em 12 mar. 2013*, 2012.

[29] Ido José Schneider. Matemática financeira: um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas. *Dissertação de mestrado. Faculdade de Educação, da Universidade de Passo Fundo. 2011 p. Passo fundo, 2008. Disponível em: https://www.google.com/#hl=pt&q=Matem%C3%A1tica+financeira:+um+conhecimento+importante+e+necess%C3%A1rio+para+a+vida+das+pessoas&oq=Matem%C3%A1tica+financeira:+um+conhecimento+importante+e+necess%C3%A1rio+para+a+vida+das+pessoas&gs_l=serp.3...3233.5579.0.6814.0.0.0.0.0.0.0.0..0.0...0.0...1c.1j2.5.serp.jTb9XZBOWr0&bav=on.2,or.r_gc.r_pw.&fp=f6a0e02eab4190de&biw=1024&bih=643. Acesso em: 02 mar. 2013*, 2011.

[30] Juliano Shimiguel and Helio Rossetti-Júnior. Elementos históricos da matemática financeira e educação matemática. *Universidade Cruzeiro do Sul. Instituto Federal do Espírito Santo e Faculdade de Tecnologia FAESA. XIII CIAEM-IACME, Recife, 2011. Disponível em: http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/ viewFile/2420/413. Acesso em: 07 mar. 2013*, 2011.

[31] Cláudia Alves Silva. Conceitos matemáticos utilizados na área comercial. *Criciúma, 2007. Especialização em educação matemática. Universidade do Extremo Sul Catarinense. UNESC. Disponível em: http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/00002D/00002DC2.pdf. Acesso em 12 mar. 2013*, 2007.

[32] Edna Lúcia Silva and Estera Muszkat Menezes. Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação. 4. ed. rev. atual. *Florianópolis: UFSC, 2005. Disponível em: http://www.convibra.com.br/upload/paper/adm/adm_3439.pdf. Acesso em 11 mar. 2013*, page 20, 2005.

[33] Dulce Helena Penna Soares, Cláudio Pedroso, and Nádia Rocha Veriguine. Orientação financeira: uma nova possibilidade de atuação para o orientador profissional. *EXTENSIO: Revista Eletrônica*

de Extensão. v. 6 - n. 8 - dezembro de 2009. Disponível em: http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/extensio/article/viewFile/1807-0221.2009v6n8p132/11564. Acesso em 12 abr. 2013., 2009.

[34] Flávio Roberto Faciolla Theodoro. O uso da matemática para educação financeira a partir do ensino fundamental. 21 p. *Taubaté, São Paulo, 2008. Disponível em: http://www.academiafinanceira.com.br/educacaofinanceira/matematica. pdf Acesso em: 06 mar. 2013*, 2008.

[35] Eliane Maria Hoffmann Velho and Isabel Cristina Machado Lara. O saber matemático na vida cotidiana: um enfoque etnomatemático. *Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.4, n.2, p.3-30, novembro 2011. Disponível em: http://alexandria.ppgect.ufsc.br/files/2012/03/Eliane.pdf. Acesso em: 06 mar. 2013*, 2011.